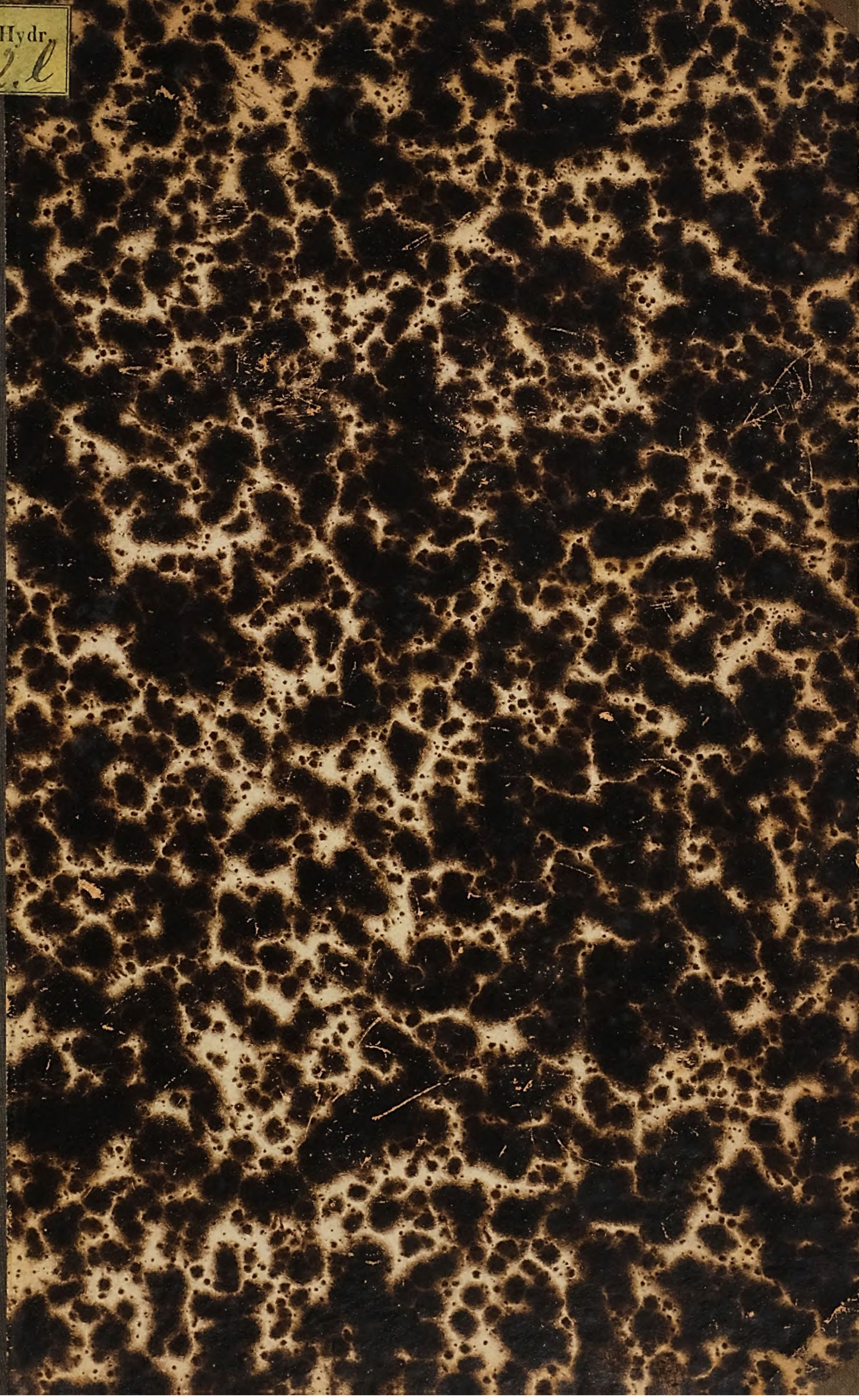


A. Hydr
72. l



A. Hydr. 72 l

Schwend

<36642197910018



<36642197910018

Bayer. Staatsbibliothek

ÜBER
BERECHNUNG UND CONSTRUKTION
VON
HÄNGEBRÜCKEN

UNTER
ANWENDUNG VON STAHLDRAHT-KABELN
UND VERSTEIFUNGSBALKEN

VON
C. SCHWEND,
INGENIEUR, REGIERUNGS-BAUMEISTER.

MIT 2 FIGURENTAFELN.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1887.

42B

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig.

Weyrauch, Dr. phil. Jacob J., Professor an der polytechn. Schule zu Stuttgart; allgemeine Theorie und Berechnung der kontinuierlichen und einfachen Träger. Für den akademischen Unterricht und zum Gebrauch der Ingenieure. Mit 56 Holzschn. i. Text und 4 lithogr. Tafeln. [VII u. 175 S.] gr. 8. 1874. geh. n. *M* 5.20.

„In der vorstehenden 172 Seiten umfassenden Schrift hat der Verfasser eine Arbeit über kontinuierliche Träger geliefert, welche von keiner denselben Gegenstand behandelnden Schrift an Ausführlichkeit, Gründlichkeit und Schärfe übertroffen wird.“

[Liter. Centralbl.]

„Die allgemeine Theorie füllt den ersten der vier Abschnitte, in welche das ganze Buch geteilt ist, aus; im zweiten wird der Einfluss einer wechselnden Stellung der Belastung untersucht. — Der dritte Abschnitt giebt Spezialfälle des ersten, indem darin besondere Arten der Belastung und die einfachen Träger betrachtet werden; der vierte endlich, welcher für den Praktiker ein sehr schätzbares Material enthält, bringt Beispiele verschiedenartiger Träger, teils durchgerechnet, teils angedeutet. — Die Darstellung ist kurz aber klar.“

[Zeitschr. d. Vereins Dtsch. Ing.]

„Ein Werk von so reichem wichtigem Inhalt darf man mit Recht zum Studium jenen Lesern empfehlen, welche die Mühe nicht scheuen, sich eingehend mit dem geschilderten Teile der Theorie der Brücken zu beschäftigen. — Als eine äußerst schätzenswerte Zugabe darf der vierte Abschnitt des Werkes angesehen werden, wo Weyrauch die analytischen Methoden auf bestimmte der Baupraxis entnommene Zahlenbeispiele anwendet. Das Verständnis wird dadurch in hohem Grade gefördert.“

[Mitteil. ü. Gegenst. d. Art.- u. Geniewesens.]

„Das ganze Buch ist mit großer Klarheit und Gründlichkeit geschrieben. — Von großem Werte ist der letzte Abschnitt, in welchem Beispiele aus der Praxis ausführlich und scharf durchgerechnet und mit vielen praktischen Winken begleitet werden.“

[Zeitschr. d. Hannöv. Arch.- u. Ing.-Vereins.]

„Durch direkt aus der Praxis entnommene Beispiele wird die Anwendung der allgemeinen Lehren zweckmäßig erläutert.“

[Organ f. d. Fortschritte d. Eisenbahnwesens.]

„Trotz der hervorgehobenen Allgemeinheit der Theorie zeichnen sich die Formeln durch große Einfachheit aus, so daß hierin ein besonderer Vorzug des Werkes besteht. — Die Anordnung des Stoffes ist derart übersichtlich, daß die Resultate benutzt werden können, ohne die ganze Entwicklung verfolgen zu müssen.“

[Rombergs Zeitschr. f. prakt. Baukunst.]

„Das Buch wird unter der einschlägigen Fachliteratur eine bemerkenswerte Stelle einnehmen und kann sowohl dem Studierenden, der sich mit der Theorie eingehend vertraut zu machen wünscht, als auch dem ausführenden Praktiker, der sich Rat über vorkommende schwierigere Fälle holen will, als willkommenes Hilfsmittel empfohlen werden.“

[Zeitschr. d. bayr. Arch.- u. Ing.-Vereins.]

„Diese höchst elegante Theorie der Brückenträger ist aufs wärmste zum Studium zu empfehlen.“

[Civilingenieur.]

— über die graphische Statik. Zur Orientirung. Mit Literaturverzeichniss. [IV u. 36 S.] gr. 8. 1874. geh. n. *M* 1.—

„Vorliegende kleine Schrift von 36 Seiten behandelt in kritischer, wohl durchdachter Weise die Stellung der graphischen Statik zu den verwandten Wissenschaften und namentlich auch zur älteren und neueren Geometrie. Die Arbeit ist jedenfalls die Frucht eingehenden gründlichen Studiums, verbunden mit praktischer Erfahrung, und bietet sowohl den Lehrern der Mathematik und Mechanik als auch den Ingenieuren der Praxis viel Interessantes und Wertvolles.“

[Zeitschr. d. Hannöv. Arch.- u. Ing.-Vereins.]

„In dieser Abhandlung weist der Verfasser mit großer Schärfe nach, welchen Nutzen die graphische Methode für die theoretische Entwicklung der Mechanik wie für die Lösung praktischer Aufgaben aus derselben ihrer Natur gemäß gewähren könne, wo sie mit besonderem Vorteil Anwendung findet, und welche Zweige der Wissenschaft sie nicht zu fördern im stande sein wird.“

[Zeitschr. d. Vereins dtsch. Ingenieure.]

— Festigkeit und Dimensionenberechnung von Eisen- und Stahlconstructionen mit Rücksicht auf die neueren Versuche. Ein elementarer Anhang zu allen Lehrbüchern über Eisen- und Stahlconstructionen. Mit 4 lithographirten Tafeln. [IV u. 116 S.] gr. 8. 1876. geh. n. *M* 3.60.

In neuerer Zeit sind in Deutschland, Schweden, England, Amerika ausgezeichnete Versuche über die Festigkeitseigenschaften von Eisen und Stahl gemacht worden. Über die greif-

ÜBER
BERECHNUNG UND CONSTRUKTION
VON
HÄNGEBRÜCKEN
UNTER
ANWENDUNG VON STAHLDRAHT-KABELN
UND VERSTEIFUNGSBALKEN

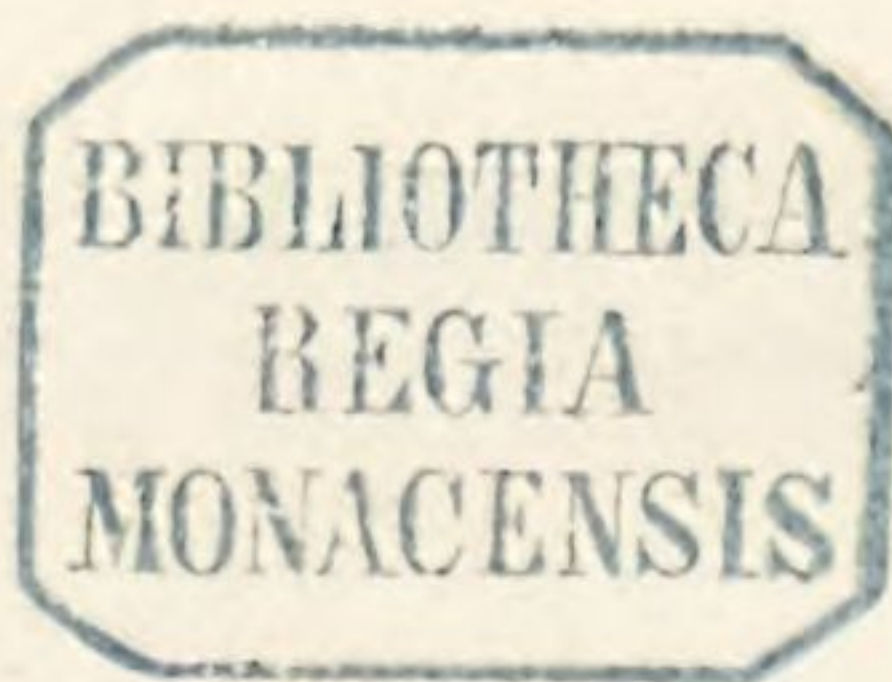
VON
C. SCHWEND,
INGENIEUR, REGIERUNGS-BAUMEISTER.

MIT 2 FIGURENTAFELN.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1887.



Vorwort.

Aus Anlaß der Ausarbeitung des Entwurfs einer Stahldraht-Kabelbrücke über den Rhein zu Köln als Ersatz der Schiffbrücke daselbst, welchen der Verfasser Dieses als Ingenieur des Carlswerks der Firma Felten & Guilleaume in Mülheim a/Rh. gefertigt hat, war demselben im Juli v. J. Gelegenheit geboten, vor dem Architekten- und Ingenieur-Verein in Köln ein Referat über obiges Thema zu erstatten. Der Inhalt dieses Vortrags erstreckte sich nur auf die geschichtliche Entwicklung und Construction jenes Brückensystems und jenen Entwurf selbst. Die Theorie und praktische Berechnung konnte aus Mangel an Zeit nur gestreift werden.

Da erst seit dem Jahr 1881 auf Grund der von Prof. Müller-Breslau in Hannover gegebenen „Theorie der durch einen Balken versteiften Kette“ (Ztschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. z. Hannover 1881 Heft 1) und durch die von Prof. Dr. Weyrauch in Stuttgart veröffentlichte Ergänzung jener Theorie (Ztschr. f. Baukunde 1882 und „Aufgaben zur Theorie elast. Körper“ Leipzig 1885) eine befriedigende Berechnung jenes Brückensystems möglich ist, und weil die Vortheile der Anwendung desselben bei Ausführung von Brücken mit größerer Spannweite nicht genügend bekannt sein dürften, so soll im Folgenden der Inhalt jenes Vortrags auszugsweise mitgetheilt werden.

Zugleich gibt der Verfasser eine für die praktische Berechnung des vorliegenden Systems bestimmte, vollständige Zusammenstellung und Ergänzung der Resultate der von Müller-Breslau und Weyrauch gelieferten Theorie, und theilt ein von ihm gefundenes, seines Wissens bis jetzt nicht bekanntes graphisches Verfahren mit, welches die Bestimmung der Grenzwerte der Biegemomente und Vertikalkräfte des Versteifungsbalkens bei beliebiger Axform der Kette bezw. des Kabels in rascher und bequemer Weise für

gleichmäßig vertheilte und concentrirte Lasten gestattet, deren Einfluß durch Rechnung nur mühsam bestimmt werden kann. Vorausgesetzt ist dabei die Kenntniß des Horizontalschubs der Kette für eine Einzellast. Dieses graphische Verfahren ist in demselben Umfang auf den elastischen Bogenträger mit Kämpfergelenken anwendbar.

Da jene Theorie zunächst nur für eine Brückenöffnung gegeben ist, bei dem erwähnten Entwurf einer zweiten festen Rheinbrücke in Köln jedoch drei Öffnungen (mit 80, 209, 90 m Spannweite) mit continuirlichen Kabeln vorkommen, so hatte der Verfasser Veranlassung, die Berechnung von mehreren zusammenhängenden Öffnungen durchzuführen. Die hierbei erhaltenen Resultate, sowie eine Untersuchung über die günstigste Höhe des Versteifungsträgers und die vortheilhafte Pfeilhöhe des Kabels, über den Einfluß der Längenänderung der Pylonen und Hängstangen, welch' Letztere in den angeführten Quellen starr vorausgesetzt sind, endlich einige Tabellen zur bequemeren Berechnung dieser Brücken, sowie die Berechnung der Durchbiegung des Versteifungsbalkens, sind unten ebenfalls mitgetheilt.

Mülheim a/Rhein, März 1887.

C. Schwend.

Inhaltsverzeichnis.

Vorwort	Seite III
Allgemeiner Theil:	
Röblings Kabelbrücken und Festigkeit des Kabelmaterials	1—6
Anordnung der Kabelbrücken mit Versteifungsbalken und Vergleichung dieser mit anderen Constructionen	6—17
Theoretischer Theil:	
<i>I. Hängebrücken mit einer Öffnung.</i>	
1. Bezeichnungen	18—19
2. Grundformeln	19—23
3. Anwendung der Kämpferdrucklinie	23—24
4. Bestimmung der Belastungsscheiden für die Grenzwerte der Biegemomente	25—26
5. Bestimmung der Belastungsscheiden für die Grenzwerte der Verticalkräfte	26—27
6. Tabellarische Berechnung der Grenzwerte der Biegemomente und Verticalkräfte bei gleichmäÙig vertheilter Belastung . .	27—30
7. Gang der Berechnung einer Straßenbrücke von einer Öffnung mit parabolischer Kette	30—36
8. Graphisches Verfahren zur Bestimmung der durch ein System concentrirter Lasten erzeugten Maximal-Biegemomente und -Verticalkräfte	36—42
9. Berechnung der günstigsten Höhe des Versteifungsbalkens	43—46
10. Günstige Pfeilhöhe des Kabels (Kette)	46—47
11. Einfluß der Längenänderung der eisernen Pylonen und Tragstangen	47—50
12. Durchbiegung des Trägersystems	51—54
13. Berechnung der Länge des Leitdrahts bei der Kabelherstellung. .	54—56
 <i>II. Hängebrücken mit drei und mehr zusammenhängenden Öffnungen</i>	
	56—63

Allgemeiner Theil.

Röbling's Kabelbrücken und Festigkeit des Kabelmaterials.

Das in Rede stehende Brückensystem dürfte umsomehr Interesse erwecken, als die größte bis jetzt erbaute Brücke, diejenige über den East-River zwischen New-York und Brooklyn mit einer Mittelöffnung von 486 m und 2 Seitenöffnungen von je 284 m als Stahlkabelbrücke mit Versteifungsbalken ausgeführt wurde. Die 4 cylindrischen Kabel derselben von je 400 mm Dicke bestehen aus je 6308 parallel liegenden, verzinkten Gussstahldrähten von 4,3 mm Dicke und ca. 120 kg Bruchfestigkeit pro qmm Stahlquerschnitt, d. h. der 3fachen Festigkeit von bestem Walzeisen (vgl. W. Hildenbrand „Cable-Making for Suspension-Bridges,“ New-York 1877). Bei dieser großartigen, von dem Deutsch-Amerikaner J. A. Röbling entworfenen und unter Leitung seines Sohnes W. A. Röbling mit Überwindung der größten Schwierigkeiten der Pfeilergründung und Montirung ausgeführten, im Jahr 1883 eröffneten Brücke, wurde zum ersten Mal Gussstahldraht angewendet, während bei den zahlreichen älteren Kabelbrücken (die erste wurde 1815 in Nordamerika ausgeführt) Draht aus Holzkohleneisen mit einer Festigkeit von ca. 70 kg pro qmm in Verwendung kam.

Es muß als ein großer Fortschritt der Brückenbautechnik bezeichnet werden, daß es dem genialen Röbling gelang, die bis jetzt nur durch die Processe der Drahtfabrikation zu erzeugende hohe Festigkeit von Eisen und Stahl in so rationeller Weise auszunützen, daß es nun möglich ist, Brücken von den größten Spannweiten in ökonomischer Weise herzustellen.

Die Versuche, den Stahl nicht in Drahtform, sondern als Flach- und Façonstahl an Stelle des Walzeisens zu den üblichen genieteten oder mit Gelenkverbindungen construierten Brücken zu verwenden, um durch Ersparnis an Eigengewicht die Ausführung größerer Spann-

weiten besser zu ermöglichen, war bis jetzt wenig erfolgreich, da insbesondere die Konstruktionstheile aus Gussstahl von höherer Bruchfestigkeit starke Einbuße an ihrer Widerstandsfähigkeit gegen Stosswirkung erleiden, wenn plötzliche Querschnittsänderungen vorkommen, wie sie bei genieteten Konstruktionen unvermeidlich sind. Das bei Brücken bis jetzt angewendete gewalzte Stahlmaterial hatte selten eine höhere Zugfestigkeit als 60 kg pro qmm, also nur halb so viel, als der für die East-River-Brücke verwendete Gussstahldraht. Da der Preis jenes Walzstahls beträchtlich höher ist, als der von gutem Walzeisen, so ist es erklärlich, daß damit keine großen ökonomischen Vortheile im Brückenbau erzielt wurden. Dagegen muß die Verwendung von Gussstahl zu Brückenkabeln aus den nachstehenden Gründen als sehr vorteilhaft bezeichnet werden, besonders da seit Herstellung der Kabel der East-River-Brücke (1877—79) erhebliche Fortschritte in der Fabrikation von Gussstahldraht gemacht wurden, welche es ermöglichen, ein vorzügliches Material in gleichmäßiger, für Brückenkabel geeigneter Qualität mit einer Bruchfestigkeit von 130 bis 140 kg pro qmm zu verhältnismäßig billigem Preise herzustellen. (Die Firma Felten & Guilleaume in Mülheim a/Rhein stellt für andere Zwecke Gussstahldrähte von 160, 180, 200 und bis 250 kg pro qmm Bruchfestigkeit in biegsamer und vorzüglicher Qualität her. Der Kostenpreis dieser Drähte stellt sich aber entsprechend höher.) Die Elasticitätsgrenze des für Brückenkabel geeigneten Gussstahldrahts liegt bei 60 bis 70 kg. pro qmm, der Elasticitätsmodul ist 20 000 bis 21 000 kg pro qmm, die Dehnung bis zum Bruch ca. 4⁰/₁₀₀. Zur Bestimmung der zulässigen Inanspruchnahme der Brückenkabel kann man in der Launhardt-Weyrauchschen Formel: $s = K \left(1 + \frac{1}{2} \frac{S_{\min.}}{S_{\max.}} \right)$ und $K = 24 \text{ kg pro qmm}$ ($\frac{1}{3}$ Bruchlast) setzen und erhält damit für größere Brücken $\left(\frac{S_{\min.}}{S_{\max.}} = \text{ca. } \frac{2}{3} \right)$ durchschnittlich $s = 32 \text{ kg/qmm}$, also ungefähr die Hälfte der Spannung an der Elasticitätsgrenze oder $\frac{1}{4}$ der mittleren Festigkeit dieses Gussstahldrahts. Die Kabel der East-River-Brücke werden im Maximum noch höher beansprucht, nach Oberbaurat v. Schwedlers Reisebericht (Dtsch. Bztg. 1876 Seite 449) mit 33,3 kg/qmm. Schwedler bezeichnet diese Inanspruchnahme als mit Rücksicht auf die neuere Dimensionenberechnung und die zuverlässige Herstellungsweise der Kabel keineswegs zu hoch gegriffen. Diese Inanspruchnahme erscheint jetzt umsomehr zulässig, als es der Firma Felten & Guilleaume schon seit geraumer Zeit gelungen ist, Gussstahldrähte von

noch erheblich höher liegender Elasticitätsgrenze und Dehnung bis zum Bruch, als oben angegeben, fabrikmässig herzustellen, so daß bei größeren Spannweiten diese bessere Qualität gewählt werden kann. — (Bei der East-River-Brücke sind außer den Hauptkabeln straffgespannte Diagonalseile (Stays) angewendet, welche einerseits an den Pylonenköpfen unterhalb der Kabelsättel und anderseits am Versteifungsträger befestigt sind und den doppelten Zweck haben, die Hauptkabel zu entlasten und zur Versteifung der Brückenbahn beizutragen. Die Wirkung dieser Stays ist eine ganz unsichere: z. B. bei hoher Temperatur bewegen sich die Kabelsättel nach der Brückenmitte hin. Wenn nun gleichzeitig die Mittelöffnung allein vollbelastet ist, so wird diese Bewegung vermehrt, die Brückenbahn hebt sich in den Außenöffnungen und senkt sich in der Mittelöffnung, wobei die Stays in der Mittelöffnung straff gespannt, in den Außenöffnungen jedoch schlaff werden. Die Anwendung von derartig angeordneten Stays erlaubt also keine Materialersparnisse, jedenfalls nicht am Kabel; sie hat aber den Nachtheil, daß sie die Stabilität der Pylonen vermindert. Aus diesen Gründen ist die Anwendung von Stays nicht zu empfehlen und auch überflüssig, wenn man dem Versteifungsträger die richtige Anordnung und Stärke gibt. Alsdann kann das Brückensystem mit jeder gewünschten Genauigkeit berechnet und construirt werden, insbesondere wenn man Pylonen aus Eisen oder Stahl anwendet, deren Wärmeausdehnung mit derjenigen der Hängstangen übereinstimmt.)

Die Zulässigkeit der oben genannten größten Anstrengung des Kabelmaterials wird auch durch die günstigen Erfahrungen bestätigt, die seit langer Zeit bei Verwendung derselben Qualität von Gußstahldraht zu Förderseilen für Bergwerke gemacht wurden. Diese Seile werden sehr ungünstig und hoch angestrengt und sind außerdem meistens stark oxydirenden Einflüssen ausgesetzt, das Material hat sich dabei stets als vortrefflich bewährt. Wenn man ferner berücksichtigt, daß die Drähte in stärkeren Brückenkabeln parallel liegend ein fest zusammengepresstes, entsprechend straff mit Draht umwickeltes Bündel bilden, und daß durch die Steifigkeit der Seile keine erheblichen Biegungsspannungen entstehen, weil bei Brücken mit Versteifungsbalken die Form der Kabel unverändert bleibt (abgesehen von den relativ kleinen Änderungen durch Temperaturwechsel, Bewegung der Kabelsättel und elastische Dehnung), so ist, sorgfältigste Berechnung und Herstellung der Kabel vorausgesetzt, die größte Anstrengung von durchschnittlich 32 kg pro qmm bei größeren

Brücken gewiß zulässig. Dies ist etwa das 4fache der bei Eisenconstruktionen im Brückenbau üblichen durchschnittlichen Materialinanspruchnahme.

Der Querschnitt eines Kabels ist constant, also insbesondere für Stahl der denkbar günstigste, der einem Constructionsglied gegeben werden kann. Die Gleichmäßigkeit der Inanspruchnahme aller Drähte eines Kabels wird mit Sicherheit erzielt, wenn bei Herstellung desselben nach Röblings Methode verfahren wird. Die Länge der einzelnen Drähte wird hierbei nach einem entsprechend ausgespannten Leitdraht mittelst des Durchhangs genau regulirt, wodurch man von Temperaturänderungen während der Herstellung unabhängig wird. Durch das Zusammenpressen der Kabelstränge in cylindrische Form durch kräftige Schraubenzwingen und dichte, straffe Bewicklung mit starkem, weichem Eisendraht, sowie durch das Warmaufziehen der schmiedeisernen Kabelbänder, an welchen die Hängstangen befestigt sind, wird eine Pressung zwischen den Kabeldrähten erzeugt ähnlich der Pressung zwischen warm mit einander vernieteten Stäben. Die hierdurch erzeugte Reibung ist so groß, daß alle Drähte gleichmäßig zur Spannung kommen und gleichmäßig tragen müssen. Die Spannung der einzelnen Drähte ist jedenfalls eine gleichmäßigere als die der einzelnen Fasern eines aus verschiedenen Stäben zusammengenieteten Construktionstheils, da der Querschnitt des letzteren vielfach durch Nietlöcher schwächt ist und hierdurch viele Fasern unterbrochen sind, während ein Kabel bei guter Verbindung der Drahtenden durchaus gleich starken Querschnitt hat.

Bei der Fabrikation des Drahts sowohl, als bei Herstellung der Kabel nach Röblings Methode auf der Baustelle können fehlerhafte Stellen im Draht leicht entdeckt und die betreffenden Drähte ausgeschieden werden, und man kann sich durch eine Anzahl bequem auszuführender Festigkeitsversuche Sicherheit verschaffen, daß die Drähte eines Kabels von entsprechender Qualität sind. Wenn im gegebenen Fall trotzdem in einzelnen Drähten schwache Stellen vorkommen würden, so läge hierin noch keine Gefahr, da in geringem Abstand von der schwachen Stelle der betreffende Draht vermöge der Reibung zwischen den Drähten den auf ihn entfallenden Teil der Kabelspannung wieder vollständig aufnehmen würde und da bei sorgfältiger Herstellung das Vorkommen einer Anzahl von Fehlerstellen in der Nähe der schwachen Stelle jenes einzelnen Drahts ausgeschlossen ist und ein Kabel aus einer großen Anzahl von Drähten besteht.

Gegen die Oxydation der Drähte können verschiedene Schutzmittel angewendet werden; das beste ist unstreitig die auch bei der East-River-Brücke angewendete Verzinkung. Den dauernd wirkamen Schutz hierbei bildet die nicht abblätternde Schicht einer Legirung von Eisen und Zink, welche sich auf der Oberfläche des Drahts bildet beim Passiren durch das geschmolzene Zink. Bemerkenswerth ist, daß sich auch Kabel aus unverzinkten Drähten sehr gut gegen Rost schützen lassen. Dies beweist der so günstige Befund der Kabel der von Röbling 1855 erbauten Eisenbahnbrücke über den Niagara von 250 m Spannweite (Ztschr. f. Bauk. 1883). Die dichte, mit gut unterhaltenem Ölfarbanstrich versehene Bewicklung der Kabel war, wie die satt mit Leinöl getränkten Kabel selbst, vollkommen unversehrt, als im Jahr 1877, gelegentlich des Umbaus des hölzernen Versteifungsträgers in Eisen eine Untersuchung vorgenommen wurde. Nur da fanden sich einzelne Drähte angerostet, wo die Kabelenden in die Ankerpfeiler eingemauert waren. Nach Beseitigung der Einmauerung und Freilegung der Kabelanschlüsse kann man die Kabel, welche je 254 mm dick sind und 3640 Drähte von 3,4 mm enthalten, als vollkommen gegen Rost geschützt betrachten.

Bei dieser Untersuchung ergab sich auch durch genaue Beobachtungen und Messungen, daß die Kabeldrähte nichts von ihrer ursprünglichen absoluten Festigkeit eingebüßt hatten durch 22jährigen Betrieb der Eisenbahnbrücke, über welche täglich mehr als 50 Züge fahren, obgleich durch die nachtheilige Anordnung von 2 Kabeln pro Tragwand mit verschiedener Pfeilhöhe übermäßige Spannungen der Kabel vorkommen. (Im Sommer hat das Kabel mit der größeren Pfeilhöhe beträchtlich mehr Spannung als das mit kleinerer, im Winter ist es umgekehrt.) Da festgestellt wurde, daß trotzdem die elastische Verlängerung der Kabel bei Belastung der Brücke dem Elasticitätsmodul entsprach bei Annahme gleichmäßiger Vertheilung der Spannung über den ganzen Querschnitt, so spricht dies für die Vorzüglichkeit der Röblingschen Herstellungsweise, wie für den unverändert guten Zustand der Drähte im Innern des Kabels. Nach v. Schwedlers Reisebericht ist hier bei mittlerer Temperatur, wo die 4 Kabel gleichmäßig tragen, die Anstrengung des Eisendrahts (von 70 kg Bruchfestigkeit pro qmm) ca. 20 kg/qmm bei vollbelasteter Brücke. Röbling hat also weniger als 4fache Sicherheit für ausreichend gehalten.

Bei manchen ältern englischen und französischen Drahtkabelbrücken war die Herstellung der Kabel aus unverzinkten Eisendrähten und Drahtlitzen, resp. gedrehten Seilen eine sehr unvollkommene. Die Kabel wurden nicht in cylindrische Form geprefst, zwischen den einzelnen Litzen waren große Zwischenräume, welche die Bildung von Rost begünstigten und außerdem waren die Kabel nicht straff und dicht bewickelt und der Olfarbanstrich derselben wurde nicht unterhalten, so daß es leicht erklärlich ist, daß sie vom Rost stark beschädigt wurden und mitunter zerrissen sind. Mit Unrecht wurde das ganze System der Drahtkabelbrücken für diese Übelstände verantwortlich gemacht, da diese bei so mangelhafter Sorgfalt in Herstellung und Unterhaltung eintreten mußten und sich auch bei jeder andern Brückenconstruction gezeigt haben würden. Die Ergebnisse der Untersuchung der Niagara-Brücke sprechen überzeugend dafür, daß die Verwendung von Kabeln im Brückenbau eine sichere und vortheilhafte ist, und der Bau der East-River-Brücke beweist, daß durch Kabel aus Gußstahldraht die größten Spannweiten in ökonomischer Weise ausführbar sind.

Im Folgenden soll gezeigt werden, daß bei größerer Spannweite das vorliegende System mit jedem der üblichen Trägersysteme konkurriren kann.

Anordnung der Kabelbrücken mit Versteifungsbalken und Vergleichung dieser mit andern Constructionen.

Kabelbrücken mit Versteifungsbalken sind Hängebrücken, deren Brückenbahn mit besondern Balkenträgern verbunden und mittelst verticaler Tragstangen (Hängstangen) an verankerten Kabeln aufgehängt ist. Die letzteren werden vollkommen biegsam vorausgesetzt und haben die Form einer sogenannten Kettenlinie, d. h. des einer bestimmten Belastung entsprechenden Seilpolygons. Die Kettenlinie ist meist eine gewöhnliche Parabel, weil das Eigengewicht (insbesondere bei dem vorliegenden System) genügend genau gleichmäßig auf die Längeneinheit der Horizontalprojektion vertheilt ist, so daß eine gleichmäßig vertheilte Last der Berechnung der Form des Kabels zu Grund gelegt werden kann.

Die mit den an den Kabeln aufgehängten Querträgern der Brückenbahn fest verbundenen Versteifungsbalken haben dieselbe Spannweite wie die Kabel und ruhen auf den Pfeilern mittelst frei drehbarer Auflager, von welchen das eine fest, das andere horizontal frei be-

weglich ist. Diese Auflager unterscheiden sich von denjenigen eines freiaufliegenden, nicht aufgehängten Balkens dadurch, daß die Trägerenden zugleich vertical mit dem Pfeilermauerwerk verankert sind, sich also nicht vertical abheben können unbeschadet der Möglichkeit freier horizontaler Bewegung bei Temperaturwechsel (Skizze in Fig. 1 und 2. In letzterer ist die vordere der Pylonen, welche, aus je 4 Säulen und Fachwerk bestehend, aufserhalb der Träger angeordnet sind, weggeschnitten).

Wäre der Versteifungsbalken nicht vorhanden, so würde sich die parabolische Form des Kabels nur so lange nicht ändern, als das Eigengewicht und die mobile Belastung der Brücke durchaus gleichmäfsig vertheilt sind, dagegen würde jede partielle Belastung die Linie des Kabels und die unversteifte Brückenbahn deformiren.

Da an jede Brückenkonstruktion die Anforderung zu stellen ist, daß bei beliebig vertheilter mobiler Belastung und Temperaturwechsel nur elastische, innerhalb der zulässigen Grenze liegende Formänderungen eintreten, so sind unversteifte Hängebrücken durchaus unzulässig. Wenn trotzdem sehr grofse und zahlreiche, mangelhaft versteifte Hängebrücken ausgeführt wurden, insbesondere in den Jahren 1820 bis 1850, so liegt der Grund hiervon theils in der sogar von Navier (vergl. *Mémoire sur les ponts suspendus*, Paris 1823, eine im Übrigen für die Berechnung unversteifter Hängebrücken vorzügliche Abhandlung) getheilten irrthümlichen Anschauung, daß nur die leichten Fußgänger-Hängebrücken besonders zu versteifen seien, theils in dem damaligen Mangel einer richtigen Theorie der durch einen Balken versteiften Kette, die, wie erwähnt, vor wenigen Jahren geliefert zu haben das Verdienst von Müller-Breslau ist. Bemerkenswerth ist, daß der berühmte Rob. Stephenson ursprünglich beabsichtigt hatte, die 1844 begonnene Brittanien-Brücke als Kettenbrücke mit einer durch einen röhrenförmigen Balkenträger versteiften Fahrbahn auszuführen (vergl. Laissle & Schübler „Der Bau der Brückenträger“), wie dies heute noch an der Form der Pfeiler zu erkennen ist. Er betrachtete dieses ursprüngliche Projekt mit Recht als das allein richtige, wenn eine noch gröfsere Spannweite als 140 m zu überbrücken gewesen wäre. Die damaligen Schwierigkeiten der Berechnung einer derartigen Brücke sollen Stephenson jedoch hauptsächlich bestimmt haben, die schwere Röhrenkonstruktion ohne Kette auszuführen. Ohne den Mangel einer richtigen Theorie würden an Stelle der zahlreichen fehlerhaften, unsteifen Hängebrücken, die aus jener Zeit stammen, gewifs viele tadel-

freie, grofse versteifte Hängebrücken existiren, da sich diese Konstruktion, wie kaum eine andere, für die gröfsten Spannweiten eignet. Leider bricht sich diese Erkenntniß schwer Bahn, weil das aus den Mängeln der ältern Ketten- und Kabelbrücken geschöpfte Vorurtheil gegen Hängebrücken überhaupt heute noch häufig anzutreffen ist und vom Studium und der Anwendung des vorliegenden Systems abhält und weil die Technik und die Leistungen der Drahtfabrikation sowie die Eigenschaften des Draht-Materials nicht genügend bekannt sind. Da außerdem die meisten Brückenbauwerkstätten kein Interesse an der Einführung von Stahlkabelbrücken haben, so geschieht auch von dieser Seite nichts, um jenem weit verbreiteten Vorurtheil zu begegnen.

Die Theorie unseres Brückensystems geht davon aus, dafs bei parabolisch gekrümmtem Kabel durch den richtig angeordneten Versteifungsbalken jede partielle mobile Belastung eine gleichmäfsig auf die Tragstangen vertheilte Wirkung ausübt, so dafs das Kabel seine Form nicht ändert. Es ergeben sich nur elastische Formänderungen des Versteifungsträgers und entsprechend kleine Deformationen des Kabels, wobei sehr kleine Differenzen in der Spannung der Hängstangen vorkommen, welche vernachlässigt werden können. Das gleichmäfsig vertheilte gesammte Eigengewicht der Brücke (einschließlich der Versteifungsbalken selbst) wird von den Kabeln allein aufgenommen. Bei gleichmäfsig über die ganze Brücke vertheilter mobiler Belastung wird diese ebenfalls nur von den Kabeln getragen. Der Versteifungsträger hängt in diesem Fall an dem letzteren, ohne Spannungen zu erleiden und Auflagerwiderstände zu erzeugen (wenn man von den sekundären Spannungen in Folge der elastischen Verlängerung des Kabels absieht). Die Rechnung zeigt, dafs der Versteifungsbalken je nach Art der partiellen Belastung Auflagerwiderstände erzeugt, welche positiv oder negativ, d. h. vertical aufwärts oder abwärts gerichtet sein können, so dafs die in Fig. 1 und 2 skizzirte Verankerung der Trägerenden nothwendig ist. Im Gegensatz zu älteren Theorien der Combination von Kette und Balken, wobei die willkürliche Voraussetzung gemacht wird, dafs der Versteifungsbalken einen Theil des Eigengewichts zu tragen habe, wird bei der Theorie von Müller-Breslau dem Versteifungsbalken also nur die eine in der Natur des Systems allein begründete Funktion zugetheilt, die Einwirkung partieller Verkehrs-Belastungen auf die Tragstangen so zu vertheilen, dafs letztere gleich stark beansprucht werden. Im Übrigen sind dieselben Voraussetzungen ge-

macht, welche im Wesentlichen auch der Theorie der elastischen Bogenträger zur Grundlage dienen. Dafs diese Voraussetzungen wirklich erlaubt sind, beweisen zur Genüge die zahlreichen, mit vollständigem Erfolg ausgeführten Bogenträger mit Kämpfergelenken, welche der Herstellung der älteren Koblenzer Rheinbrücke folgten. Da, wie unten ersichtlich, die Berechnung der Hängebrücken mit Versteifungsbalken auf diejenige der elastischen Bögen mit 2 Gelenken zurückgeführt ist, so kann unser System mit derselben Sicherheit berechnet und ausgeführt werden, wie jene Träger. Den theoretischen Voraussetzungen kann bei der Montirung ebenso gut entsprochen werden, wie bei jeder andern Brücke, indem durch genaue Bemessung der Kabellänge und Regulirung der Hängstangenlängen bei bestimmter Temperatur die Kabelcurve und der Versteifungsbalken die richtige Form erhalten. Die ohne besondere Schwierigkeit zu lösende Aufgabe einer richtigen Montirung ist: zu erreichen, dafs das gesammte Gewicht der Brückenbahn inclusive Versteifungsbalken bei unbelasteter Brücke und bestimmter Temperatur frei am Kabel hängt oder dafs alsdann der Versteifungsbalken bei gleichgespannten Hängstangen keine Auflagerreactionen erzeugt und das Kabel die dem Eigengewicht der Brücke entsprechende Spannung hat.

Aufser diesem System steifer Hängebrücken (Versteifung der Brückenbahn durch Balken) sind noch folgende 3 Systeme anwendbar, die sich jedoch nicht für Kabelbrücken eignen wegen der grofsen Schwierigkeiten, welche die Herstellung eines Scheitelgelenks im Kabel bietet, und anderer noch zu erwähnender Verhältnisse.

1) Das umgekehrte Bogenfachwerk mit 3 Gelenken (Versteifung der Kette gegen die Fahrbahn, vorgeschlagen von Köpcke, Ztschr. d. A. u. I. V. z. Hann. 1860 u. 1861), wie es in Frankfurt a/M. ausgeführt ist.

2) Der umgekehrte Bogenträger mit 3 Gelenken (Versteifung der Kette in sich, Aufhängung der Fahrbahn an verticalen Tragstangen), ausgeführt über den Ohio in Pittsburg von Hemberle.

3) Der umgekehrte schlaffe Bogen, welcher durch verticale Hängstangen mit einem zweitheiligen Versteifungsbalken in der Weise verbunden ist, dafs Balken und Bogen im Scheitel des letzteren ein gemeinschaftliches Gelenk haben.

Die 3 letzteren Systeme sind statisch bestimmt, unseres ist statisch unbestimmt, d. h. kann nicht auf Grund der Gesetze der Statik allein, sondern nur mit Hülfe der Elasticitätsgesetze und der

technischen Biegungstheorie berechnet werden. Es können hier also dieselben, übrigens zum Theil anfechtbaren, und nicht entscheidenden Einwände erhoben werden, wie gegen die continuirlichen Balken und elastischen Bogenträger. Im Allgemeinen wird gegen die Anwendung der erwähnten statisch unbestimmten Systeme geltend gemacht:

1) Dafs die Berechnung auf Grund der Elasticitätsgesetze weniger zuverlässig sei als die Berechnung der statisch bestimmten Träger.

2) Dafs kleine Ausweichungen (Setzungen) der Widerlager (Stützen) von nachtheiligem Einfluß sein können.

3) Dafs bei unserer Hängebrücke, wie bei dem elastischen Bogenträger die Spannungen von der Temperatur beeinflusst werden.

Gegenüber dem ersten Einwand kann darauf hingewiesen werden, dafs bei den üblichen statisch bestimmten Fachwerkträgern die Berechnung nur dann genau ist, wenn, ebenfalls mit Hülfe der Elasticitätslehre, die oft erheblichen Secundärspannungen berücksichtigt werden, ferner dafs die, wenn auch statisch bestimmten, vollwandigen Träger und die Fachwerke mehrfachen Systems nur mit Hülfe der technischen Biegungstheorie bzw. der Elasticitätsgesetze zu berechnen sind. Außerdem beweisen die zahlreichen Ausführungen von continuirlichen Balken, elastischen Bogenträgern und einige, obgleich nicht befriedigend berechnete Kabelbrücken für Eisenbahn- und Straßenverkehr, dafs die Sicherheit der Berechnung eine ausreichend genaue war, welche überdies jetzt bedeutend genauer durchgeführt werden könnte.

Auf den andern Einwand ist zu erwidern, dafs durch sorgfältige Ausführung der Widerlager nachtheilige Setzungen vermieden werden können, wie dies die ausgeführten Beispiele beweisen. Bei Bogenträgern und bei unserem System kommen Ausweichungen der Widerlager um so weniger in Betracht, je gröfser die Pfeilhöhe ist. Zudem kann durch Regulirung der Hängstangen der erwähnte schädliche Einfluß eventuell gänzlich beseitigt werden.

Was den Einfluß der Temperatur betrifft, so kann dieser mit genügender Sicherheit bestimmt werden, wenn die der Berechnung zu Grund gelegten Temperaturgrenzen noch etwas gröfser sind als die beobachteten. Auch dieser Einfluß ist um so geringer, je gröfser die ziemlich frei zu wählende Pfeilhöhe des Kabels ist. Ferner ist darauf hinzuweisen, dafs dem in Folge des Temperatureinflusses er-

forderlichen Mehraufwand an Material für den Zweigelenkbogen und unser System ein Mehraufwand für den Dreigelenkbogen gegenübersteht, der dadurch entsteht, daß die durch ungünstigste Belastung erzeugten Biegemomente bei dem letzteren größer sind als bei dem Zweigelenkbogen und dem Versteifungsbalken unserer Hängebrücke (vgl. die Berechnungen von Prof. Dr. Winkler-Berlin).

Der darin bestehende, vom Verfasser nicht unterschätzte Vorzug der statisch bestimmten Träger, daß bei gleichmäßiger Temperaturänderung in allen Constructionstheilen die Spannungen sich nicht ändern, wird dadurch etwas herabgemindert, daß ungleiche Erwärmung der Gurtungen keineswegs ausgeschlossen ist und hierdurch bei genieteten Knotenverbindungen nicht unerhebliche Spannungen erzeugt werden. (Siehe die Berechnungen von Prof. Steiner-Prag im „Handbuch der Ingenieurwissensch.“ II. Thl.). Wenn die eine Gurtung der Einwirkung der Sonnenstrahlen ausgesetzt ist, während die andere durch die Brückenbahn beschattet wird, kann bei gleichzeitiger ungünstiger Belastung die größte Materialanstrengung in einem statisch bestimmten Träger nicht unbeträchtlich höher zu liegen kommen, als bei dem vorliegenden System oder beim elastischen Bogen, da bei diesen durch Vergrößerung der Querschnittsdimensionen mit Rücksicht auf den Einfluß gleichmäßiger Temperaturänderung in allen Theilen zugleich der Wirkung ungleicher Erwärmung einzelner Constructionstheile genügend Rechnung getragen wird, während bei statisch bestimmten Trägern die Secundärspannungen durch den Einfluß ungleicher Erwärmung gewöhnlich unberücksichtigt bleiben.

Bei letzteren wiederholt sich die größte Anstrengung des Materials (durch Belastung) auch viel häufiger, als bei dem vorliegenden System, da dieselbe hier nur für den verhältnißmäßig seltenen Fall eintritt, daß die ungünstigste Belastung mit einem Maximum der Temperaturänderung zusammentrifft.

Die ungünstige Beurtheilung der erwähnten statisch unbestimmten Systeme erscheint um so weniger gerechtfertigt, wenn man noch die unleugbaren Vorzüge derselben gegenüber den gebräuchlichsten statisch bestimmten Trägern ins Auge faßt.

Diese Vorzüge sind: Beträchtliche Kosten- und Materialersparnis bei größerer Spannweite im Vergleich mit den Balkenträgern (mit Einschluss der Gerber'schen Gelenkträger) und speciell bei unsern Hängebrücken schönes Aussehen und geringer Kostenaufwand für die Montirung ohne stehendes Gerüst bei den größten Spannweiten.

Bei der folgenden Vergleichung unseres Systems mit anderen Trägern hinsichtlich des Materialverbrauchs können die als nicht ökonomisch bekannten Balkenträger außer Betracht bleiben, da nur der Vergleich mit den ökonomischen Bogen- und Hängebrücken entscheidend ist.

Die Thatsache, daß die größten bis jetzt hergestellten Brücken für Eisenbahn- und Straßenverkehr (über den East-River, Ohio bei Cincinnati und Niagara mit 486, 322 und 250 m Spannweite, sämtlich von Röbling erbaut) als Kabelbrücken mit Versteifungsträgern, allerdings unter Anwendung der in ihrer Wirkung unsichern Diagonalseile construirt wurden, weist darauf hin, daß dieses System bei größerer Spannweite ökonomisch ist. Obgleich beim Dreigelenkbogen die durch ungünstigste Belastung erzeugten Biegemomente größer sind als beim Zweigelenkbogen, so würden die oben erwähnten 3 Arten von Hängebrücken mit Scheitelgelenken häufig einen (abgesehen von der kostspieligen Gelenkconstruction selbst und von dem Mehraufwand zur Sicherung langer gedrückter Theile gegen Zerknicken) noch geringeren Materialaufwand erfordern, als unsere Kabelbrücke, wenn zu dem umgekehrten Bogen mit Scheitel-Gelenk ein Material verwendet werden könnte von gleich hoher Festigkeit wie Gußstahldraht, weil dieser Bogen von Temperaturwechsel nicht erheblich beeinflusst wird, vorausgesetzt, daß die Gelenke ihren Zweck erfüllen. Eine Kabelbrücke mit Scheitelgelenk ist jedoch mit Rücksicht auf die Kabelherstellung schwierig auszuführen, auch ist es nicht rathsam, die Construction der Lambeth-Brücke in London (vollendet 1862) nachzuahmen, deren Kabel ein Scheitelgelenk haben sollten, und wo die Verbindung der Füllungstheile mit dem Kabel zu wünschen übrig läßt.

Wenn stärkere Drahtkabel unbedingt als vollständig biegsam, d. h. als Ketten mit stetig auf einander folgenden Gelenken aufgefaßt werden könnten, so würde ein Scheitelgelenk bei den erwähnten 3 Systemen bei Anwendung von Kabeln nicht erforderlich sein. Wenn man jedoch bedenkt, daß Brückenkabel aus 3 bis 4 mm starken Drähten nach straffer Bewickelung einen Durchmesser von 200 mm bei Straßenbrücken von mittleren Spannweiten erhalten können und in Folge dessen eine erhebliche Steifigkeit besitzen, so kann man den Scheitel des Kabels nicht als Gelenk auffassen, d. h. ein besonderes Scheitelgelenk nicht entbehren.

Würde man das letztere nicht anordnen, so würden bei extremen Temperaturen durch starke Biegung des steifen Kabels im Scheitel

gefährliche Spannungen und bleibende Dehnungen in den obern und untern Drähten des Kabels entstehen, weil im Scheitel bald nach oben, bald nach unten ein Knick entsteht.

Die oben erwähnten statisch bestimmten Systeme eignen sich auch aus dem Grunde nicht für Kabelbrücken bei mittleren und grossen Spannweiten, weil für das Fachwerk dieser Systeme eine grosse Feldweite nothwendig ist, wenn man nicht statt des einfachen das statisch unbestimmte mehrfache Fachwerk anwenden will. Je grösser aber die Feldweite, bezw. die Entfernung der verticalen, mit dem Kabel verbundenen Tragstangen ist, desto ungünstiger wird das Kabel wegen seiner Steifigkeit beansprucht nach vollendeter Brückenmontirung. Das Kabel, welches anfänglich eine stetig gekrümmte Curve bildet, wird nach Montirung der Tragstangen und der übrigen Konstruktion zu einem Polygon, welches um so weniger von der anfänglichen Curve abweicht, je kleiner die Entfernung der Tragstangen und damit die in den Tragstangen wirkenden Kräfte sind.

Die Biegungsspannungen in Folge Steifigkeit des Kabels werden also um so weniger in Betracht kommen, je zahlreicher die Tragstangen, bezw. je kleiner die Feldweite ist; in diesem Fall ist auch die Befestigung der Tragstangen am Kabel mit grösserer Leichtigkeit und Sicherheit zu erzielen, weil die Kraft, welche auf Verschieben der Kabelbänder wirkt, um so kleiner wird. Von diesem Gesichtspunkt aus ist die Ausführung der erwähnten statisch bestimmten Systeme mittelst Kabeln ebenfalls nicht rathsam, weil hier, wie die Berechnung zeigt, die Verbindungsstücke zwischen Fachwerk und Kabel (die Kabelbänder) sehr stark auf Verschieben beansprucht sind. Um das letztere mit der erforderlichen Sicherheit zu vermeiden und den schädlichen Einfluß der Kabelsteifigkeit zu eliminiren, hat Röbling bei seinen grossen Brücken stets einen geringen Abstand der Hängstangen genommen, z. B. bei der East-River-Brücke nur 2,35 m bei 486 m Spannweite. Ein kleiner Abstand der Hängstangen ist aus anderen Gründen auch eine der Voraussetzungen der nachfolgenden Berechnungen und Theorie.

Bis jetzt wurden Brücken mit grosser Spannweite als Hängebrücken mit 3 Gelenken, mit Ausnahme der 1877 erstellten Strassenbrücke über den Ohio bei Pittsburg mit 244 m Spannweite, nicht erbaut. Der Grund ist wohl der, daß es, insbesondere bei Eisenbahnbrücken, sehr schwierig ist, das Scheitलगelenk mit Rücksicht auf die sich widerstreitenden Anforderungen möglicher Verminderung der Reibung und Verhütung des zerstörenden Einflusses der

Stöße befriedigend anzuordnen, beziehungsweise die allmälige Abnutzung der Gelenkverbindung in Folge der Reibung in den nothwendig stark beanspruchten Gelenkflächen zu verhindern, und daß die Montirung bei großer Spannweite theurer ist als bei Kabelbrücken mit Versteifungsbalken.

Bezüglich des Temperatureinflusses auf unser System ist noch hervorzuheben, daß durch Temperaturwechsel nur die Spannungen in dem Versteifungsbalken beträchtlich alterirt werden und sich hieraus für denselben ein erheblicher Mehraufwand an Material ergibt, daß jedoch die durch Vollbelastung erzeugte größte Anstrengung des Kabels, des wichtigsten Constructionstheiles, durch gleichzeitige stärkste Temperaturabnahme nur unbedeutend (bei der vom Verfasser projektirten Kölner Rheinbrücke mit 209 m Spannweite der Mittelöffnung und der Pfeilhöhe $\frac{1}{7}$ nur um ca. 5%) vergrößert wird.

Dieser wesentliche Vorzug unserer steifen Hängebrücke gegenüber dem elastischen Bogenträger resultirt aus der vortheilhaften Combination des steifen Balkens mit dem biegsamen, schlaffen Bogen, der zwar die Totalbelastung, aber keine Biegemomente aufzunehmen hat.

In Folge dessen ist der Mehraufwand an Material durch den Temperatureinfluss bei unserem System weniger bedeutend, als bei dem elastischen Bogen, der gleichwohl als sehr ökonomischer Brückenträger bekannt ist. Eine genaue vergleichende Berechnung ergibt, daß der gesammte Bedarf an Eisen und Stahl für eine versteifte Kabelbrücke mit schmiedeisernen Pylonen bei 110 m Spannweite für Straßenverkehr mit schwerer chaussirter Fahrbahn auf eisernem Belag sich ca. 30% niedriger stellt als für eine elastische Bogenbrücke von gleicher Spannweite und einer Construction, wie diejenige bei der neuen Straßenbrücke über den Rhein in Mainz. Der Kostenaufwand stellt sich ebenfalls in ähnlichem Maasse niedriger, weil auch die Montirung mit wesentlich geringeren Kosten ausführbar ist, indem ein stehendes Gerüst nicht erfordert wird. Je größer die Spannweite, desto ökonomischer sind die Kabelbrücken gegenüber den als sehr vortheilhaft bekannten elastischen Bogenträgern mit 2 Gelenken, weshalb mit Rücksicht auf das Vorhergehende der Schluß wohl berechtigt ist, daß das vorliegende Brückensystem erfolgreich mit jedem andern konkurriren kann, sobald es sich um größere Spannweiten handelt und Gußstahldraht von 120 bis 140 kg pro qmm Bruchfestigkeit zu den Kabeln ver-

wendet wird, besonders wenn die Pylonen nicht aus Stein hergestellt werden, sondern aus Walzeisen oder Stahl, wodurch die Anwendung einer größeren Pfeilhöhe ermöglicht und die Wärmeausdehnung der Hängstangen, welche in der Rechnung gewöhnlich unberücksichtigt bleibt, ohne erheblichen Einfluß ist, indem sie durch diejenige der Pylonen im Wesentlichen unschädlich gemacht wird.

Das vorliegende System ist in allen Fällen, auch bei sehr beschränkter Constructionshöhe anwendbar, da die ganze Trägerconstruction über die Brückenbahn gelegt werden kann. Zu Gunsten desselben spricht ferner noch, daß selbst im Falle des Bruchs eines Theils des Versteifungsträgers (des am ungünstigsten, weil sehr wechselnd, beanspruchten Theils der Construction) der Bestand einer solchen Hängebrücke noch nicht in Frage gestellt ist, da die Hängstangen direkt mit den Querträgern der Fahrbahn verbunden werden, so daß die Brücke in diesem Falle zum mindesten noch wie eine unversteifte Hängebrücke funktionieren kann.

Die Stabilität der Brücke in horizontalem Sinn gegen Seitenschwankungen durch bewegte Last und Sturm wird erreicht durch Anordnung eines Horizontalverbands zwischen den geraden oder schwach gekrümmten Gurtungen des Versteifungsbalkens und durch Sicherung der Trägersauflager gegen seitliche Verschiebung.

Bei größeren Brücken ordnet man zwischen den Gurtungen des Versteifungsträgers, der bei einer Öffnung vortheilhaft $\frac{1}{40}$ bis $\frac{1}{50}$ der Spannweite als Höhe in der Mitte erhält, einen oberen und einen unteren Horizontalverband an, und kann auch in dem Falle noch genügende Lichthöhe über der Fahrbahn erzielen, wenn die letztere in Höhe der unteren Gurtung liegt, da ohne erheblichen Mehraufwand an Material der Versteifungsbalken auch eine etwas größere Höhe als $\frac{1}{40}$ der Spannweite erhalten kann. Bei einigen großen Brücken sind unter der Fahrbahn Kabel in horizontalem Sinn angeordnet, wobei der horizontale Kreuzverband als Versteifungsbalken dient.

Die Kabel werden vortheilhaft zur Sicherung gegen Seitenschwankungen und mit Rücksicht auf die zwischen den Pylonen bleibende lichte Breite der Brückenbahn in etwas gegen die Verticale geneigte Ebenen gelegt und, soweit sie über dem Versteifungsbalken frei hängen, miteinander durch horizontale Zugstangen oder durch einen leichten Kreuzverband verbunden. Der letztere ist jedoch meist nicht nothwendig, da vermöge der hohen Festigkeit des Gufsstahldrahts die Dicke der Kabel gering ausfällt, so daß sie dem Wind wenig Widerstand bieten.

Die schiefe Aufhängung der Kabel macht die schon mit Rücksicht auf den Winddruck wünschenswerthe Querverbindung der Pylonen meist unentbehrlich.

Eine in dieser Weise construirte Kabelbrücke mit Versteifungsbalken besitzt, wie die bereits erwähnten, wenn auch theilweise noch unvollkommen ausgeführten Brücken beweisen (s. Henz u. Bendel, „Aufsätze betreffend das Eisenbahnwesen in Nordamerika“ Berlin 1862) gegen verticale und horizontale Vibrationen einen hohen Grad von Stabilität, die durch die Combination von Kabel und Balken hervorgebracht wird. Wie bei dem elastischen Bogen, ist auch hier bei einer Öffnung die verticale Einsenkung durch Belastung nur ein geringer Bruchtheil von der Einsenkung eines frei aufliegenden Balkenträgers von derselben Belastung und Spannweite und demselben mittleren Trägheitsmoment des Querschnitts, wenn die Pfeilhöhe nicht zu gering ist. (Vergl. unten: Elastische Durchbiegung des Trägersystems.)

Gegen unsere Brücke, wie gegen Hängebrücken überhaupt, wird der Vorwurf erhoben, daß der Zustand der Verankerung nicht genügend controlirt werden könne, bezw. letztere theilweise unzugänglich sei. Dieser Vorwurf trifft allerdings viele ältere Hängebrücken. Man kann jedoch die aus Kettengliedern bestehende Verankerung der Kabel in genügend weit gemauerte Kanäle legen, so daß alle Theile derselben vollständig zugänglich sind und der Anstrich zum Schutz gegen Rost periodisch erneuert werden kann, wie dies z. B. der Fall ist bei der Hängebrücke über die Donau zwischen Ofen und Pest (vollend. 1845). Bemerkenswerth ist, daß Röbling bei seinen großen Brücken keine Rücksicht auf die Möglichkeit der Controle genommen hat; die Verankerungsketten wurden einbetonirt, wobei sich Röbling auf die Erfahrung stützte, daß das dicht von hartem Cementmörtel umgebene Eisen nicht rostet.

Das Schlufsergebnis der vorstehenden Ausführungen ist, daß die Stahlkabelbrücken mit Versteifungsbalken konstruktiv und ökonomisch allen Anforderungen genügen und speziell bei größeren Spannweiten den Vorzug vor den meisten üblichen Systemen verdienen.

Vom ästhetischen Standpunkt aus befriedigen diese Brücken ebenfalls alle Ansprüche in hohem Maße. Während die üblichen Trägersysteme vielfach unschön sind, insbesondere die gewöhnlichen Balkenbrücken, lassen sich die Hängebrücken ebenso wie die Bogenbrücken bei der Klarheit ihres Konstruktionsprinzips

architektonisch schön ausbilden, wie dies z. B. die durch ihre schöne architektonische Wirkung berühmte obenerwähnte Hängebrücke über die Donau in Pest beweist.

Dieser Vorzug ist nicht zu unterschätzen, wenn man berücksichtigt, daß durch Anwendung der meist unförmlichen Balkenträger das architektonische und landschaftliche Bild einer Stadt mit Umgebung gründlich verunstaltet werden kann, wie dies besonders in Deutschland leider vielfach geschehen ist. Erst in neuerer Zeit kommt neben der praktischen die ästhetische Bedeutung der Ingenieurbauten mehr zu ihrer Geltung und es dringt, wenn auch viel später als in Frankreich, die Anschauung durch, daß ein so dominirendes Bauwerk, wie eine gröfsere Brücke in der Nähe einer Stadt, den Anforderungen der Ästhetik entsprechen soll.

Theoretischer Theil.

Berechnung der Hängebrücken mit Versteifungsbalken.

I. Hängebrücken mit einer Öffnung.

Im Nachfolgenden soll zunächst die Lösung der Aufgabe, die äusseren Kräfte, Biegemomente und Vertikalkräfte von Versteifungsbalken und Kabel (Kette) für eine Öffnung zu bestimmen, nach den erwähnten Arbeiten von Müller-Breslau u. Weyrauch mit Erläuterungen und Ergänzungen gegeben werden, um alsdann auf Grund dieser Resultate alles Weitere, insbesondere das neue graphische Verfahren und die Berechnung von mehreren zusammenhängenden Öffnungen zu entwickeln.

1. Bezeichnungen (s. Fig. 3).

- x, y Coordinaten eines Kettenpunktes; Ursprung des Coordinatensystems im linken (höheren) Kettenauflager.
- l Stützweite der Kette und des horizontalen Balkens.
- h Höhenunterschied der Kettenstützpunkte.
- Y verticale Abweichung der Kettenlinie von der Verbindungsgeraden der Kettenstützpunkte.
- f Werth von Y für $x = \frac{l}{2}$. (Bei gleichen Stützhöhen der Pfeil des Kettenbogens.)
- $\varphi_0, \varphi_l, \varphi$ die Winkel, welche die Tangenten an die Kettenlinie in den Punkten $0, l$ und x mit der Horizontalen einschliessen.
- φ_1, φ_2 die Winkel der Rückhaltketten mit der Horizontalen.
- t Länge einer Tragstange.
- $e_1, e_2 \dots$ die Entfernungen der einzelnen Tragstangen vom linken Auflager.
- e der constante Abstand der Tragstangen unter sich.

v Querschnitt einer Tragstange.

s Länge des Parabelbogens.

$P_1, P_2 \dots$ Einzellasten, welche in den Abständen

$a_1, a_2 \dots$ vom linken Auflager zunächst auf den Versteifungsbalken wirken.

l_1, l_2 Längen der Rückhaltketten, soweit dieselben dem Temperaturwechsel unterworfen sind.

h_0, h_1 und v_0, v_1 die Höhen und Querschnitte der Pylonen.

$\mathfrak{F}$ Querschnitt der Kette (Kabel).

$\mathfrak{E}$ Elasticitätsmodul des Kettenmaterials.

F Querschnitt einer Gurtung des Versteifungsbalkens.

h Entfernung der Gurtungsschwerpunkte des Versteifungsbalkens.

E Elasticitätsmodul des Balkenmaterials.

Θ Trägheitsmoment des Versteifungsbalkens.

$T_1, T_2 \dots$ Spannungen in den Tragstangen.

$H_P, H_\tau, H_{\Delta l}, H_\sigma$ der durch die Lasten $P_1 P_2 \dots$ die Temperaturveränderung um τ° , die Spannweitenänderung um Δl , das Überreißen der Kette um σ erzeugte Horizontalschub in der Kette.

$\mathfrak{A}, \mathfrak{A}'$ die verticalen Auflagerwiderstände der Pylonen bei horizontal und gewichtlos gedachten Rückhaltkabeln.

A, A' diejenigen des Versteifungsbalkens.

$(A), (A')$ diejenigen eines frei aufliegenden Balkens von derselben Spannweite.

M_x, V_x Biegemoment und Verticalkraft des Versteifungsbalkens im Querschnitt x .

$(M_x), (V_x)$ dieselben Werthe bei dem frei aufliegenden Balken.

$\mathfrak{B}_x$ die Verticalkraft im Kettenquerschnitt x .

α Ausdehnungscoefficient des Kettenmaterials pro 1°C . (für Gußstahldraht $\alpha = 0,000012$).

$$\varepsilon = 1 + \frac{k^2}{l^2} + \frac{16f^2}{3l^2}.$$

2. Grundformeln.

Aus den Gesetzen der Statik bzw. Gleichgewichtsbedingungen ergeben sich bei beliebiger Kettenlinie die Gleichungen:

$$(1) \quad \begin{cases} M_x = (M_x) - \left(y - \frac{k}{l} x\right) H = (M_x) - YH. \\ V_x = (V_x) - \left(\text{tg } \varphi - \frac{k}{l}\right) H. \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} (M_x) = \frac{l-x}{l} \sum_0^x Pa + \frac{x}{l} \sum_x^l P(l-a). \\ (V_x) = -\frac{1}{l} \sum_0^x Pa + \frac{1}{l} \sum_x^l P(l-a). \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} A = (A) - \left(\operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{k}{l} \right) H. \\ A' = (A') + \left(\operatorname{tg} \varphi_l - \frac{k}{l} \right) H. \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} (A) = \frac{1}{l} \sum_0^l P(l-a). \\ (A') = \frac{1}{l} \sum_0^l Pa. \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \mathfrak{A} = H \operatorname{tg} \varphi_0. \\ \mathfrak{A}' = -H \operatorname{tg} \varphi_l. \end{cases}$$

$$(6) \quad \mathfrak{B}_x = H \operatorname{tg} \varphi = \mathfrak{A} - \sum_0^x T.$$

$$(7) \quad \sum_0^x T = \mathfrak{A} - H \operatorname{tg} \varphi = H(\operatorname{tg} \varphi_0 - \operatorname{tg} \varphi).$$

Bieugungsmomente treten in der Kette nicht auf. Aus vorstehenden Gleichungen ergibt sich, daß M_x , V_x u. s. w. bestimmt werden können, sobald H mit Hülfe der Elasticitätsgesetze berechnet ist. Die Bestimmung von H_P und H_τ gelang zuerst Müller-Breslau, während Weyrauch H_{A_l} und H_σ hinzufügte. Hierbei wurden folgende Voraussetzungen gemacht:

a) Die Form der Kette eine gewöhnliche Parabel (entsprechend der Form des Seilpolygons für gleichmäßig vertheiltes Eigengewicht), wobei zunächst der Balken homogen (vollwandig) und die Hängstangen in verschwindend kleinem Abstand unter sich angenommen werden. — Auch bei etwas ungleicher Vertheilung des Eigengewichts können durch richtige Montirung des Versteifungsbalkens die Spannungen der Hängstangen bei Belastung durch Eigengewicht unter sich gleich gemacht werden, wobei die im Versteifungsbalken auftretenden kleinen Biegungsspannungen vernachlässigt werden können. Die letzteren können nach dem Folgenden auch leicht berechnet werden.

b) Die Tragstangen (incl. Pylonen) starr, — Längenänderung derselben durch Spannung und Temperaturwechsel vernachlässigt. —

Die Vernachlässigung der elastischen Verlängerung der Hängstangen ist aus dem Grund in allen Fällen erlaubt, weil man bei der Dimensionirung derselben eine geringe Materialanstrengung (etwa die Hälfte der sonst üblichen) zu Grunde legt. Übrigens ist unten gezeigt, wie der Einfluss dieser Längenänderung zu berechnen ist.

c) Die Werthe $\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{F} \cos \varphi = C$ und $E\Theta$ Constante (Mittelwerthe).

d) Die Temperaturänderung der Kette in allen Theilen gleich grofs.

Alsdann erhält man unter Berücksichtigung der elastischen Längenänderung der Kette:

$$(8) \quad H_P = \frac{5}{8fl^3} \frac{\sum_0^l Pa(l-a)(l^2 + la - a^2)}{1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 C f^2}}.$$

$$(9) \quad H_\tau = - \frac{15 E \Theta}{8 f^2} \frac{\alpha \tau \varepsilon}{1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 C f^2}}.$$

$$(10) \quad H_{\Delta l} = \frac{15 E \Theta}{8 f^2} \frac{\frac{\Delta l}{l}}{1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 C f^2}}.$$

H_σ hat denselben Werth wie $H_{\Delta l}$ mit $\frac{\sigma}{s}$ statt $\frac{\Delta l}{l}$.

Mit Vernachlässigung des Einflusses der Axialkräfte der Kette ($\frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 C f^2} = 0$) erhält man

$$(11) \quad H_P = \frac{5}{8fl^3} \sum_0^l Pa(l-a)(l^2 + la - a^2).$$

$$(12) \quad H_\tau = - \frac{15 E \Theta \alpha \tau \varepsilon}{8 f^2}.$$

$$(13) \quad H_{\Delta l} = \frac{15 E \Theta}{8 f^2} \frac{\Delta l}{l}.$$

Ein für praktische Zwecke bequemer, und für eine erste Berechnung genügend genauer Näherungswerth von (11) ist:

$$(14) \quad H_P = \frac{3}{4fl} \sum_0^l Pa(l-a).$$

Für eine gleichmäfsig vertheilte Belastung q pro Längeneinheit zwischen den Punkten a_1 und a_2 erhält man aus (14) mit

$$\int_{a_1}^{a_2} q da = \sum_0^l P:$$

$$(15) \quad H_q = \frac{q}{8fl} (a_2 - a_1) [(3l - 2a_1 - 2a_2)(a_1 + a_2) + 2a_1a_2].$$

Hieraus erhält man mit $a_2 = l$, $a_1 = 0$ für gleichmäßig vertheilte Totalbelastung den bekannten Werth

$$(15a) \quad H_q = \frac{ql^2}{8f}.$$

Der gesammte Horizontalschub, erzeugt durch das Eigengewicht p per Längeneinheit, die Lasten $P_1 P_2 \dots$ Änderung der Temperatur um τ^0 , der Kettenspannweite um Δl , Überziehen um σ , welcher zur Berechnung des Kabels zu verwenden ist, wird:

$$(16) \quad H = \frac{pl^2}{8f} + H_P + H_\tau + H_{\Delta l} (+ H_\sigma).$$

(Gewöhnlich ist die Auflagerung des Kabels derart, daß kein Überziehen vorkommt, sondern nur eine Spannweitenänderung durch horizontales Verschieben der auf Rollen gelagerten Kabelsättel.)

Zur Berechnung der Hängstangenlängen u. s. w. dient die Gleichung der Parabel:

$$(17) \quad y = \frac{k}{l} x + \frac{4f}{l^2} (l - x)x; \quad Y = \frac{4f}{l^2} (l - x)x.$$

$$(18) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{k}{l} + \frac{4f}{l^2} (l - 2x) = \frac{dy}{dx}.$$

Hieraus mit $x = 0$, $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{k + 4f}{l}$ und allgemein $\operatorname{tg} \varphi_0 - \operatorname{tg} \varphi = \frac{8fx}{l^2}$, somit aus (7):

$$(19) \quad \sum_0^x T = \frac{8fx}{l^2} H = p_1 x,$$

wenn $\frac{8f}{l^2} H = p_1$ gesetzt wird.

Für eine in a angreifende Einzellast P wird nach (14) und (19) die Summe aller Tragstangenspannungen $\sum_0^l T > P$, so lange

$$a \geq \frac{l}{6} (3 \mp \sqrt{3})$$

ist, die größte Summe mit $\frac{3P}{2}$ resultirt bei $a = \frac{l}{2}$. Aus (19) ist ferner ersichtlich, daß die T gleichmäßig vertheilt sind. Die Spannung in jeder der in gleichen Abständen e aufeinanderfolgenden Tragstangen ist, abgesehen von der Spannung durch Eigengewicht:

$$(20) \quad T = \frac{8fH}{l^2} e,$$

wo $H = H_P + H_\tau + H_{\Delta l} (+ H_\sigma)$.

Derselbe Werth von H ist in den Gleichungen (1) bis (7) zu benützen.

Die in den Gleichungen (8) bis (15) gegebenen Absolutwerthe von H sind identisch mit den entsprechenden Werthen des Horizontalschubs bei dem elastischen Bogen mit Kämpfergelenken. (Siehe Weyrauch, Theorie der elast. Bogentr.).

Aus (1) ist ersichtlich, daß für jeden Querschnitt des Versteifungsbalkens das Biegemoment, erzeugt durch die Belastung $P_1, P_2, \dots$, Temperaturänderung τ , Spannweitenänderung Δl , numerisch gleich ist dem durch dieselben Einflüsse erzeugten Biegemoment für den entsprechenden Querschnitt des Zweigelenkbogens von derselben Axform. Aus (1) und (2) geht hervor, daß der Differentialquotient $\frac{dM_x}{dx}$ des Biegemoments im Versteifungsbalken gleich der Vertikalkraft V_x in demselben Querschnitt ist. Analog ist bei dem elastischen Bogen $\frac{dM_x}{ds} =$ der Transversalkraft S_x in demselben Querschnitt. $\left(V_x = \frac{S_x}{\cos \varphi} \right)$.

3. Anwendung der Kämpferdrucklinie.

Der Grenzwert von M_x sowohl als der von V_x wird also hier durch dieselben Belastungen erzeugt, wie die Grenzwerte von M_x und S_x beim elastischen Bogen. Die für den elastischen Bogen mit Kämpfergelenken geltenden Sätze lassen sich demnach auf die Bestimmung der Grenzwerte von M_x und V_x des Versteifungsbalkens anwenden.

Zur Bestimmung der ungünstigen Belastung dient am besten die Kämpferdrucklinie des umgekehrten Zweigelenkbogens. Die Gleichung derselben ist

$$(21) \quad b = \frac{V}{H} a,$$

wo a, b die Coordinaten, V und H der linke verticale Auflagerdruck und der Horizontalschub, welche beide durch eine bei a wirkende Last $P = 1$ erzeugt werden.

Bei gleichhohen Stützpunkten der Kette, oder symmetrischem Parabelbogen mit 2 Gelenken ist

$$V = \frac{1}{l} P(l - a)$$

und für eine erste Berechnung genügend genau:

$$H = \frac{3}{4fl} Pa(l - a);$$

demnach

$$(22) \quad b = \frac{4}{3} f.$$

Die Kämpferdrucklinie ist somit eine Gerade parallel zur Verbindungslinie der Stützpunkte im Abstand $\frac{4}{3} f$. (Fig. 4).

Bei ungleichhohen Stützpunkten ist:

$$V = \frac{1}{l} P(l - a) + H \frac{k}{l},$$

H bleibt unverändert, also

$$b = \frac{4}{3} f + \frac{k}{l} a,$$

d. h. die Kämpferdrucklinie eine Gerade parallel zur Verbindungslinie der Stützpunkte, welche die y -Axe im Abstand $\frac{4}{3} f$ unterhalb des höheren Stützpunktes schneidet (Fig. 14).

Wenn man statt des Näherungswerthes von H die genaueren Werthe (8) oder (11) verwendet, so ergeben sich die Kämpferdrucklinien nicht als Gerade, sondern als schwach gekrümmte Linien. Für praktische Zwecke genügt immer die Formel (11) bei Aufzeichnung der Kämpferdrucklinie und für eine erste Berechnung die Formel (14), da kleine Ungenauigkeiten in den Belastungsscheiden von geringem Einfluß sind.

Die erwähnte Kämpferdrucklinie des umgekehrten elastischen Zweigelenkbogens hat bei dem vorliegenden System insofern auch reelle Bedeutung, wie eine einfache Berechnung zeigt, als sie auch hier der geometrische Ort der Schnittpunkte der Gesamtauflagerdrücke, d. h. der Resultanten der Auflagerreaktionen der Kette und des Versteifungsbalkens ist.

Die linke Auflagerreaktion ist bei der Kette $\frac{H}{\cos \varphi_0}$, in der Richtung der Tangente an die Kettenaxe im Stützpunkt wirkend. Bei dem Balken ist die linke Auflagerreaktion $= A$, vertical gerichtet.

Beide Kräfte $\frac{H}{\cos \varphi_0}$ und A liefern eine durch den linken Kettenstützpunkt gehende Resultirende, deren Schnittpunkt mit der entsprechenden rechtsseitigen Resultirenden der Auflagerreactionen ein Punkt der Kämpferdrucklinie ist.

4. Bestimmung der Belastungsscheiden für die Grenzwerte der Biegemomente M_P .

Die Influenzlinie, deren Ordinaten die in einem bestimmten Querschnitt x auftretenden Biegemomente darstellen, welche erzeugt werden durch eine bei den zugehörigen Abszissen angreifende von o bis l fortschreitende Einzellast $= 1$, zeigt Fig. 5.

Die Schnittpunkte g_{m_1} g_{m_2} der Influenzlinie mit der Abszissenaxe sind die Belastungsscheiden für den Querschnitt x , d. h. jede Last zwischen g_{m_1} und g_{m_2} erzeugt in x ein positives, jede außerhalb wirkende Last ein negatives Biegemoment.

Bei gleichmäßig vertheilter mobiler Belastung sind durch die Belastungsscheiden die ungünstigsten Belastungen unmittelbar gegeben.

Für ein System concentrirter Radlasten (bei einer Eisenbahnbrücke) hat man, um das positive Maximalmoment zu erhalten, von g_{m_1} bis g_{m_2} zu belasten und darauf zu achten, daß die schwersten Lasten möglichst nahe links und rechts von dem Influenzpunkt x sich befinden. Das negative Maximalmoment erhält man durch Belastung der Strecken $o g_{m_1}$ und $g_{m_2} l$, wobei zu beachten, daß die Influenzpunkte i_{m_1} und i_{m_2} (die Orte, wo eine Last angreifen muß, um das größte negative Moment in x hervorzurufen) mit den Halbirungspunkten der betreffenden Strecken zusammenfallen. (Figur 5, 6 und 7).

Die genaue Lage der Lasten erhält man mit Hülfe der Influenzlinie in bekannter Weise rechnerisch, oder aber graphisch nach dem von Prof. Winkler entwickelten Verfahren (Ztschr. d. Arch. u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879).

Die Belastungsscheiden (Grenzpunkte) g_{m_1} g_{m_2} erhält man nach Figur 4, indem man die Verbindungslinien der Stützpunkte und des Kettenpunkts x mit der Kämpferdrucklinie zum Schnitt bringt.

Zwei Belastungsscheiden g_{m_1} und g_{m_2} ergeben sich nur für die Querschnitte von $x = \frac{l}{3}$ bis $x = \frac{2l}{3}$. Für die Querschnitte außerhalb des mittleren Drittels existirt nur eine Belastungsscheide und je eine Belastungsstrecke für das positive und das negative Maximalmoment. Für die Querschnitte von o bis $\frac{l}{3}$ z. B. existirt nur die Belastungsscheide g_{m_2} , für $x = \frac{2l}{3}$ bis $x = l$ fällt nur noch g_{m_1} innerhalb der Spannweite. Immer gibt die Belastung der Strecke,

welche x enthält, das positive, die der anderen das negative Biegemoment in x .

5. Bestimmung der Belastungsscheiden für die Grenzwerte der Vertikalkräfte V_P .

Die Influenzlinie, deren Ordinaten die im Querschnitt x auftretenden Vertikalkräfte darstellen, welche erzeugt werden durch eine bei den zugehörigen Abszissen angreifende Einzellast $= 1$, zeigt Fig. 9. Die Influenzlinie schneidet die Abszissenaxe in den Punkten x und g_{v_2} , den Belastungsscheiden für die Grenzwerte $\max. V_P$. Der Punkt g_{v_2} ergibt sich nach Fig. 8 als Schnittpunkt der Kämpferdrucklinie mit einer Parallelen zur Tangente an die Kettenlinie in x , welche durch denjenigen Kettenstützpunkt gezogen wird, welcher dem Querschnitt am nächsten liegt.

Die Belastung der mittleren Strecke allein (xg_{v_2} in Fig. 10) gibt $\text{pos. max. } V_P$, die Belastung der äußeren Strecken allein gibt $\text{neg. max. } V_P$. Für alle Querschnitte im mittleren Drittel der Spannweite verschwindet g_{v_2} und man hat als einzige Belastungsscheide den Querschnitt selbst; für diese Querschnitte ergibt sich $\text{pos. max. } V_P$ bzw. $\text{neg. max. } V_P$ durch Belastung der größeren, bzw. kleineren der beiden Strecken ox und xl .

Aus der Form der Influenzlinie ist ersichtlich, daß man sowohl bei $\text{pos. max. } V_P$, als bei $\text{neg. max. } V_P$ die betreffende von x begrenzte Strecke so zu belasten hat, daß die schwersten Lasten möglichst nahe bei x angreifen; außerdem hat man für $\text{neg. max. } V_P$ die Strecke von g_{v_2} bis zum Auflager so zu belasten, daß die schwersten Lasten links und rechts möglichst dicht um den Halbirungspunkt derselben (den Influenzpunkt) gruppiert sind.

In der angegebenen Weise erhält man auch das positive und negative Maximum der Auflagerdrücke A und A' .

Für jede Last zwischen o und $\frac{l}{3}$ wird A pos., A' neg.

„ „ „ $\frac{l}{3}$ „ $\frac{2l}{3}$ „ A neg., A' neg.

„ „ „ $\frac{2l}{3}$ „ l „ A neg., A' pos.

Es können also bei einer Einzellast nie beide Auflagerdrücke zugleich positiv, wohl aber negativ sein.

Bei gleichmäßig vertheilter mobiler Belastung wird für jeden Querschnitt

$$\text{pos. max. } M_P = - \text{neg. max. } M_P$$

und

$$\text{pos. max. } V_P = - \text{neg. max. } V_P,$$

da bei Vollbelastung der Brücke die Biegemomente und Verticalkräfte je $= 0$ werden. Dies spricht sich auch darin aus, daß bei den Influenzcurven für M_P und V_P der über der Abszissenaxe liegende Theil der Influenz-Fläche gleich ist dem unter derselben liegenden Theil.

6. Tabellarische Berechnung der Grenzwerte der durch partielle gleichmäßig vertheilte mobile Belastung q per Längeneinheit erzeugten Maximal-Biegemomente M_q und -Verticalkräfte V_q .

a) Momente.

Aus den Formeln (1) und (17) ergibt sich bei parabolischer Kettenlinie:

$$(23) \quad M_x = (M_x) - \frac{4f}{l^2} (l - x) x H_P.$$

Durch Einsetzen des Werthes von H_P aus (11), (14) oder (15) verschwindet f in (23), somit ist M_x unabhängig von f und k , wenn die elastische Dehnung der Kette vernachlässigt wird.

Die Belastung der Strecken m_1 und m_2 (Fig. 4) soll das negative Maximalmoment in einem beliebigen, zwischen $\frac{l}{3}$ und $\frac{2l}{3}$ gelegenen Querschnitt x ergeben, dann sind die numerischen Werthe von m_1 und m_2 :

$$(24) \quad \begin{aligned} m_1 &= \frac{3x - l}{3x} l. \\ m_2 &= \frac{2l - 3x}{3(l - x)} l. \quad (m_1 \text{ und } m_2 \text{ unabhängig von } f \text{ und } k.) \end{aligned}$$

Aus (1) und (15) erhält man mit (24):

$$(25) \quad \begin{aligned} \text{neg. max. } M_q &= - \text{pos. max. } M_q = \frac{q(l - x)(3x - l)^3}{54x^2} \\ &\quad + \frac{qx(2l - 3x)^3}{54(l - x)^2}. \end{aligned}$$

Für x zwischen 0 und $\frac{l}{3}$ wird $m_1 = 0$, m_2 hat den obigen Werth und man hat:

$$(26) \quad \text{max. } M_q = \pm \frac{qx(2l - 3x)^3}{54(l - x)^2}.$$

Da für symmetrisch zur Brückenmitte gelegene Querschnitte die

Maximalmomente einander gleich werden müssen, so genügen (25) und (26), um für jedes x das Maximalmoment in q und l auszudrücken.

b) Verticalkräfte.

Aus (1) und (18) ergibt sich bei parabolischer Kette:

$$(27) \quad V_x = (V_x) - \frac{4f}{l^2} (l - 2x) H_P.$$

Durch Einsetzen des Werths von H_P verschwindet wieder f , somit ist auch V_x von f und h unabhängig, wenn man von der elastischen Dehnung der Kette absieht. Die Belastung der Strecken x und v (Fig. 8) ergibt das negative Maximum von V_q im Querschnitt x . Für x zwischen 0 und $\frac{l}{3}$ ist:

$$(28) \quad v = \frac{2l(l - 3x)}{3(l - 2x)} \quad (\text{unabhängig von } f \text{ und } h).$$

Es ist für x zwischen 0 und $\frac{l}{3}$:

$$(29) \quad \max. V_q = \pm \frac{q(l - 2x)}{2l^3} [2(l - x)^3 - 3v(l - x)^2 + v^3].$$

Für die Querschnitte $x = \frac{l}{3}$ bis $x = \frac{2l}{3}$ wird:

$$(30) \quad \max. V_q = \pm \frac{2q(l - x)^2 x^2}{l^3}.$$

Mit Hülfe von (29) und (30) kann man für jedes x die Maximalverticalkraft in q und l ausdrücken.

Tabelle 1.

$\frac{x}{l} =$	$\max. M_q = \pm nql^2$ $n =$	$\max. V_q = \pm n'ql$ $n' =$
0	0	0,14815
0,05	0,006495	0,11684
0,10	0,011233	0,09560
0,15	0,014285	0,08281
0,20	0,015880	0,07754
0,25	0,016075	0,07957
0,30	0,015090	0,08913
0,35	0,013165	0,10351
0,40	0,011091	0,11520
0,45	0,009723	0,12251
0,50	0,009260	0,12500

Der Mittelwerth von $\max. M_q$ ist $M' = 0,0117667 ql^2$

„ $\max. V_q$ ist $V' = 0,101929 ql$.

Man kann nun mit Hülfe der Tabelle für irgend welche Spannweite, Pfeilhöhe und gleichmäßige Belastung das Biegemoment oder die Vertikalkraft in irgend einem Querschnitt leicht durch Interpolation (graphisch) finden, oder unmittelbar aus den Glch. (24) bis (30).

Aus (26) erhält man das absolute Maximum von M_q durch Ableitung:

$$\max. M_q = 0,016151 ql^2$$

für den Querschnitt

$$x = 0,2324 l.$$

Das Maximalmoment eines frei aufliegenden Balkens, der eine gleichmäßig vertheilte Belastung q per Längeneinheit zu tragen hat, ist $M = 0,125 ql^2$, also annähernd das 8fache des durch Belastung erzeugten Maximalbiegemoments des Versteifungsbalkens, wobei zu berücksichtigen, daß sich bei dem frei aufliegenden Balken q aus Eigengewicht und mobiler Belastung zusammensetzt, während für den Versteifungsbalken nur die letztere in Betracht kommt.

Wenn man dem Versteifungsträger eine vortheilhafte Höhe gibt (vgl. unten: Berechnung der günstigsten Höhe desselben), so ist das durch größte Änderung von Temperatur und Spannweite erzeugte durchschnittliche Biegemoment nur ein Bruchtheil von dem Mittelwerth von $\max. M_q$, vorausgesetzt daß außerdem die Pfeilhöhe des Kabels nicht zu klein angenommen wird. Hieraus ist ersichtlich, daß der Versteifungsbalken gegenüber dem freiaufliegenden Balken sehr kleine Querschnittsdimensionen erhält.

Die letzteren würden, wenn der Versteifungsbalken nicht mit dem Kabel verbunden wäre (frei aufliegen würde), nicht genügen, um die durch das Eigengewicht der Brückenbahn allein hervorgerufenen Biegemomente aufzunehmen. Der Versteifungsbalken ist demnach gezwungen, jeder Hebung oder Senkung des Kabels in Folge elastischer Dehnung oder Temperatúrausdehnung zu folgen, oder mit andern Worten: Die elastische Durchbiegung des Balkens entspricht stets genau der verticalen Bewegung der Kabelpunkte.

Von den horizontalen Bewegungen der Kabelpunkte kann abgesehen werden, da sie auf die Biegung des Balkens von verschwindend kleinem Einfluß sind. Da alle verticalen, wie auch die horizontalen Bewegungen der Punkte des Kabels und des Versteifungsbalkens im Verhältniß zur Länge der Hängstangen klein sind (vgl. unten: Durch-

biegung des Trägersystems), so können die letzteren stets als vertical angesehen, d. h. die Spannungen derselben und der Horizontalschub des Kabels überall gleich angenommen werden, wobei, wie erwähnt, Gelenkverbindungen der Hängstangen und genügende Länge derselben im Scheitel Bedingung sind.

7. Gang der Berechnung einer Straßenbrücke von einer Öffnung mit parabolischer Kette (Kabel).

Bei Berechnung von Straßenbrücken kann bei größerer Spannweite eine gleichmäßig vertheilte mobile Belastung zu Grunde gelegt werden, so daß hierfür Tabelle 1 benützt werden kann.

Obgleich dieser Tabelle nicht der genaue Werth (11) von H , sondern der Näherungswerth (14) zu Grunde liegt, genügt sie doch für die Berechnung der Versteifungsträger von Straßenbrücken, da hier die Annahme der Belastung noch größere Ungenauigkeiten enthält und die mobile Belastung wohl nur in sehr seltenen Fällen scharf abgegrenzt ist in der Weise, daß die Biegemomente und Verticalkräfte ihre Grenzwerte erreichen. Zur Berechnung des Kabels dagegen hat man den genauen Werth (16) von H zu verwenden.

Der Gang der Berechnung ist folgender:

a) Berechnung des Mittelwerths von Θ .

Der Mittelwerth M' der Maximalbiegemomente durch Belastung ist (vergl. Tabelle 1):

$$(31) \quad M' = 0,0117667 \, q l^2.$$

Der Horizontalschub, hervorgerufen durch die größte Änderung der Temperatur um τ^0 , (wobei gewöhnlich eine mittlere Aufstellungstemperatur von etwa $+15^0$ C. angenommen wird, bei welcher der Versteifungsbalken bei unbelasteter Brücke keine inneren Spannungen hat und $\tau_{\max.} = \pm 40^0$ C. gesetzt werden kann) ist, ohne Berücksichtigung des Einflusses der Axialkraft nach (12):

$$H_\tau = - \frac{15 E \Theta \alpha \tau \varepsilon}{8 f^2}.$$

Also das Biegemoment im Querschnitt x , erzeugt durch diese Temperaturänderung allein nach (1) mit $(M_x) = 0$:

$$(32) \quad M_\tau = - H_\tau Y = \frac{15 E \Theta \alpha \tau \varepsilon}{8 f^2} Y.$$

Das Maximum von Y ist f , der Mittelwerth $\frac{2}{3}f$, damit wird der Mittelwerth von M_τ

$$(33) \quad M'' = -H_\tau \cdot \frac{2}{3}f = \frac{5 E \Theta \alpha \tau \varepsilon}{4f},$$

worin für τ sein größter Werth mit Vorzeichen zu setzen. Die größte Änderung Δl der Spannweite l ergibt sich bei größter Temperaturänderung um $\pm \tau^0$, wodurch die Rückhaltketten ihre größte oder kleinste Länge erhalten. Wenn man von dem Einfluß der elastischen Verlängerung und dem Eigengewicht der Rückhaltketten und von dem Einfluß der Längenänderung der (eisernen) Pylonen zunächst absieht, so berechnet sich Δl wie folgt:

Die Längen der als Geraden angenommenen Rückhaltkabel, soweit sie dem Temperaturwechsel unterworfen sind, seien l_1 und l_2 , die Neigungen derselben gegen die Horizontale φ_1 und φ_2 , dann ist genügend genau:

$$(34) \quad \Delta l = -\alpha \tau (l_1 \sec \varphi_1 + l_2 \sec \varphi_2).$$

Für gegebene Fälle läßt sich Δl auch ohne obige Voraussetzungen in einfachster Weise genauer berechnen.

Nach (13) ist das durch Spannweitenänderung allein erzeugte Biegemoment:

$$M_{\Delta l} = -\frac{15 E \Theta}{8f^2} \frac{\Delta l}{l} Y,$$

folglich der Mittelwerth von $M_{\Delta l}$:

$$(35) \quad M''' = -H_{\Delta l} \frac{2}{3}f = \frac{5 E \Theta \alpha \tau}{4f} \frac{(l_1 \sec \varphi_1 + l_2 \sec \varphi_2)}{l}.$$

Hiernach ergibt sich der Mittelwerth des durch alle 3 Einflüsse (q , τ , Δl) hervorgerufenen positiven Gesamtbiegemoments für den größten positiven Werth von τ :

$$(36) \quad M = M' + M'' + M''' = +0,0117667 q l^2 + \frac{5 E \Theta \alpha \tau}{4f} \left(\varepsilon + \frac{l_1 \sec \varphi_1 + l_2 \sec \varphi_2}{l} \right).$$

Wenn die untere Temperaturgrenze weiter entfernt ist von der Aufstellungstemperatur als die obere, wenn also max. τ negativ ist, so ist M'' und M''' negativ, für M' ist dann auch statt des positiven Zeichens das negative zu nehmen.

Aus diesen Mittelwerthen kann man in der Weyrauch'schen Formel die mittlere zulässige Inanspruchnahme s' der Gurtungen berechnen.

Ist h die Entfernung der Gurtungsschwerpunkte des Balkens

(bei nicht parallelen Gurtungen ein Mittelwerth, siehe unten: Berechnung der günstigsten Trägerhöhe), so ist mit (36) und

$$(37) \quad M = M' + M'' + M''' = \frac{2 \Theta s'}{h}$$

$$(38) \quad \Theta = \frac{4 f h 0,017667 q l^2}{8 s' f - 5 h E \alpha \tau \left(\varepsilon + \frac{l_1 \sec \varphi_1 + l_2 \sec \varphi_2}{l} \right)},$$

wo für τ der größte Absolutwerth zu setzen ist. Θ läßt sich also ziemlich genau bestimmen, noch ehe das Eigengewicht der Brücke bekannt ist. Die Gleichung

$$(39) \quad F = \frac{2 \Theta}{h^2}$$

liefert den mittleren Querschnitt einer Gurtung.

Das so erhaltene, gewöhnlich genügend genaue Θ kann man in der weiteren Berechnung direkt verwerthen, wenn sich nicht ein größerer Werth von Θ ergibt bei Annahme gleichzeitiger Wirkung der ungünstigsten Belastung und des größten Winddrucks bei mittlerer Temperatur.

Der Fall, daß bei ungünstigster Belastung und stärkstem Winddruck extreme Temperaturen vorkommen, ist nicht anzunehmen. Zur Bestimmung der vom Wind getroffenen Fläche siehe auch (41).

b) Berechnung des Mittelwerths V der Verticalkraft.

Der Mittelwerth V' der durch Belastung erzeugten Maximal-Verticalkräfte ist nach Tabelle 1

$$(40) \quad V' = \pm 0,101929 q l.$$

Die Gleichungen für die nicht durch Belastung erzeugten M und V unterscheiden sich nur durch den Faktor von H . Es gilt also für V die Glchg. (36), wenn man statt dem Mittelwerth von Y den von $\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}$, also statt $\frac{2}{3} f$ setzt: $\frac{2f}{l}$ (aus (18) mit $x = \frac{l}{4}$).

Der Mittelwerth der durch alle 3 Einflüsse (q , τ , Δl) hervorgerufenen Gesamtverticalkraft ist demnach:

$$(41) \quad V = V' + V'' + V''' = 0,101929 q l + \frac{15 E \Theta \alpha \tau}{4 f l} \left(\varepsilon + \frac{l_1 \sec \varphi_1 + l_2 \sec \varphi_2}{l} \right),$$

wo bezüglich τ und V' das bei (36) von τ und M' Gesagte gilt.

c) Berechnung des Kabelquerschnitts §.

Nachdem aus Vorstehendem und aus dem Gewicht der Fahrbahn das ganze, von dem Kabel zu tragende Eigengewicht p per lfd. m. bestimmt ist, hat man für den größten Werth des Horizontalschubs nach (16)

$$H = (p + q) \frac{l^2}{8f} + H_\tau + H_{\Delta l},$$

wo für τ der größte negative Werth zu setzen ist, somit

$$(42) \quad H = (p + q) \frac{l^2}{8f} + \frac{15 E \Theta \alpha \tau}{8 f^2} \left(\varepsilon + \frac{l_1 \sec \varphi_1 + l_2 \sec \varphi_2}{l} \right).$$

Hieraus läßt sich der Querschnitt des Kabels in einfachster Weise berechnen und damit die erste Berechnung vollenden.

d) Einfluß der elastischen Dehnung des Kabels.

Dieser Einfluß wird am besten so bestimmt, daß man die Correcturen ΔM_q und ΔV_q berechnet, welche an den Werthen der Tabelle 1 anzubringen sind, so daß man die genaueren Werthe $\max. M_q + \Delta M_q$ und $\max. V_q + \Delta V_q$ erhält.

Es genügt hierbei für H statt der Glchg. (8) die Näherungsformel

$$(43) \quad H'_P = \frac{3}{4fl} \frac{\sum_0^l Pa(l-a)}{1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 Cf^2}}.$$

Der verhältnißmäßig geringe Einfluß der Axialkräfte, d. h. die kleinen Größen ΔM_q und ΔV_q bestimmen sich hierbei mit einer für alle praktischen Zwecke genügenden Genauigkeit wie folgt:

Tabelle 1 ist berechnet nach (14):

$$H_P = \frac{3}{4fl} \sum_0^l Pa(l-a),$$

der Einfluß der Axialkräfte auf den durch Lasten erzeugten Horizontalschub ist:

$$\Delta H_P = H'_P - H_P = \frac{3}{4fl} \left(\frac{1}{1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 Cf^2}} - 1 \right) \sum_0^l Pa(l-a),$$

$$1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 Cf^2} = n$$

gesetzt gibt:

$$(44) \quad \Delta H_P = H_P \left(\frac{1}{n} - 1 \right).$$

Diese Gleichung gilt natürlich auch für partielle oder sich auf die ganze Spannweite erstreckende gleichmäßig vertheilte Last, es ist dann

$$(44a) \quad \Delta H_q = H_q \left(\frac{1}{n} - 1 \right).$$

Ferner

$$M_q + \Delta M_q = (M_q) - (H_q + \Delta H_q) Y$$

und mit (44a)

$$M_q + \Delta M_q = (M_q) - \frac{1}{n} H_q Y;$$

nach Früherem ist

$$M_q = (M_q) - H_q Y,$$

aus beiden letzten Glchg.:

$$(45) \quad \Delta M_q = \left(1 - \frac{1}{n} \right) H_q Y = \left(1 - \frac{1}{n} \right) [(M_q) - M_q].$$

Zur Berechnung von ΔM_q wird M_q aus Tabelle 1 entnommen. (M_q) , das Bieugungsmoment im Querschnitt x des frei aufliegenden Balkens, kann leicht nach den Glchg. (2) in x ausgedrückt werden unter Benützung der in (24) gegebenen Belastungsscheiden. Eine andere Art der Berechnung von ΔM_q besteht darin, daß man in (45) auch für M_q den Ausdruck in x , Gleichung (25) und (26) einsetzt, es wird dann

für $x = 0$ bis $x = \frac{l}{3}$:

$$(46) \quad \Delta_1 M_q = \frac{q(2l - 3x)(10l^2 - 21lx + qx^2)x}{54(l - x)^2 \left(1 + \frac{8Cf^2}{15E\Theta\varepsilon} \right)},$$

für $x = \frac{l}{3}$ bis $x = \frac{2l}{3}$:

$$(47) \quad \Delta_2 M_q = \frac{q(3x - l)^2(3x + 2l)(l - x)}{54x^2 \left(1 + \frac{8Cf^2}{15E\Theta\varepsilon} \right)} + \Delta_1 M_q.$$

Die in nachfolgender Tabelle 2 enthaltenen Zahlen sind mit $\left(1 - \frac{1}{n} \right) ql^2$ zu multipliciren, um den Einfluß ΔM_q der elastischen Dehnung der parabolischen Kette der Brückenöffnung auf das Maximalbieugungsmoment des Versteifungsbalkens in den betreffenden Querschnitten zu erhalten.

Ganz ähnlich erhält man

$$(48) \quad \Delta V_q = \left(1 - \frac{1}{n} \right) [(V_q) - V_q].$$

Hier wird am besten V_q aus Tabelle 1 genommen. Mit den in (28) gegebenen Belastungsscheiden ist für $x = 0$ bis $x = \frac{l}{3}$:

$$(V_q) = \frac{q}{18l(l-2x)^2} [ql^2(l-x)^2 - 4l^3(l+3x) + 36x^2(l-x)(2l-x)],$$

für $x = \frac{l}{3}$ bis $x = \frac{2l}{3}$:

$$(V_q) = \frac{q}{2l} (l-x)^2.$$

Die so berechneten Zahlen in Tabelle 2 sind mit $\frac{ql}{1 + \frac{8Cf^2}{15E\Theta_\varepsilon}}$ zu

multipliciren, um ΔV_q zu erhalten.

Tabelle 2 zur Berechnung von ΔM_q und ΔV_q .

$\frac{x}{l}$	$\frac{\Delta M_q \left(1 + \frac{8Cf^2}{15E\Theta_\varepsilon}\right)}{ql^2} =$	$\frac{\Delta V_q \left(1 + \frac{8Cf^2}{15E\Theta_\varepsilon}\right)}{ql} =$
0	0	0,12963
0,05	0,017030	0,13620
0,10	0,031054	0,13927
0,15	0,042027	0,14125
0,20	0,050023	0,14370
0,25	0,054656	0,14612
0,30	0,056247	0,14198
0,333	0,055555	0,12345
0,35	0,055437	0,10774
0,40	0,058930	0,06480
0,45	0,062650	0,02874
0,50	0,064816	0,00000

Die nach dieser Tabelle angestellte Berechnung von ΔM_q und ΔV_q für mehrere projektirte Brücken ergab, dafs ΔM_q und ΔV_q nur 1 bis 2% von M_q und V_q aus Tabelle 1 betragen.

Da, wie erwähnt, die Tabelle 1 auf Grund des Näherungswerthes (14) von H berechnet ist, so ist folgende Tabelle 3 von Interesse, in welcher die aus der Näherungsformel (14) erhaltenen Resultate H_2 für den Horizontalschub, erzeugt durch eine Last „Eins“, den Resultaten H_1 aus der genaueren Formel (11) gegenübergestellt sind.

Die betreffenden Zahlen der Tabelle sind mit $\frac{Pl}{f}$ zu multipliciren, um für eine bei a angreifende Einzellast P den Horizontalschub zu

erhalten. Will man die elastische Dehnung des Kabels berücksichtigen, so hat man mit $\frac{Pl}{f\left(1 + \frac{15 E \Theta \varepsilon}{8 C f^2}\right)}$ zu multipliciren.

Tabelle 3 für den Horizontalschub, erzeugt durch eine Einzellast P .

$\frac{a}{l}$	$\frac{H_1}{Pl} = \frac{5a}{8l^4} (l - a) (l^2 + la - a^2)$ $\frac{f}{f}$	$\frac{H_2}{Pl} = \frac{6}{8l^2} a (l - a)$ $\frac{f}{f}$
0	0	0
0,05	0,031098	0,035625
0,10	0,061313	0,067500
0,15	0,089848	0,095624
0,20	0,116000	0,120000
0,25	0,139170	0,140630
0,30	0,158820	0,157500
0,333	0,169750	0,166667
0,35	0,174540	0,170620
0,40	0,186000	0,180000
0,45	0,192970	0,185620
0,50	0,195313	0,187500

Die größte Abweichung des Näherungswerthes H_2 vom genauen Werth H_1 tritt also gleichzeitig ein mit den Maxima von H_1 und H_2 (für $a = \frac{l}{2}$) und beträgt nur 4% des Maximums von H_1 . Von $a = 0$ bis $a = 0,276l$ ist $H_2 > H_1$, von $a = 0,276l$ bis $a = 0,724l$ ist $H_2 < H_1$. Durch den kleinen Unterschied von H_1 und H_2 ist erwiesen, daß bei Straßenbrücken die Berechnung der durch mobile Belastung erzeugten Biegemomente und Verticalkräfte nach Tabelle 1 erfolgen kann.

8. Graphisches Verfahren zur Bestimmung der durch ein System concentrirter Lasten erzeugten Maximal-Biegemomente und Verticalkräfte des Versteifungsbalkens bei parabolischer Kette.

Bei dem nachfolgend entwickelten Verfahren kann für den Horizontalschub durch eine Einzellast irgend welche der angeführten Gleichungen benützt werden. Da der Näherungswerth (14) in der Regel genügt und eine raschere Gewinnung der Resultate gestattet,

so wurde dieser bei der Darstellung des Verfahrens in den Figuren 14 und 15 benützt. Pfeilhöhe und Stützhöhenunterschied der parabolischen Kette sind beliebig.

Aus den nachfolgenden Gleichungen (49) und (54) geht hervor, daß dieses Verfahren für beliebige Axform der Kette gilt und anwendbar ist, wenn es gelungen ist, für diese Axform den durch eine Einzellast erzeugten Horizontalschub zu berechnen. (Vergl. die graphische Bestimmung von H für symmetr. elast. Bogenträger mit 2 Gelenken von Baurath Prof. Mohr-Dresden.)

a) Bestimmung der Bieugungsmomente.

Aus (1) erhält man durch Division mit Y allgemein:

$$(49) \quad \frac{M_x}{Y} = \frac{(M_x)}{Y} - H_P,$$

worin für die zunächst zu behandelnde parabolische Kette

$$Y = \frac{4fx}{l^2} (l - x)$$

ist. Setzt man für (M_x) und H_P ihre Werthe für eine Einzellast P , so ist:

für $a > x$

$$(50) \quad \frac{M_x}{Y} = \frac{Pl(l-a)}{4f(l-x)} - \frac{3}{4fl} Pa(l-a),$$

für $a < x$

$$(51) \quad \frac{M_x}{Y} = \frac{Pal}{4fx} - \frac{3}{4fl} Pa(l-a).$$

Bezeichnet man den mit a veränderlichen Werth von $\frac{M_x}{Y}$ mit B' für $a > x$ und mit B'' für $a < x$ und setzt:

$$(52) \quad \frac{Pl(l-a)}{4f(l-x)} = b' \quad (53) \quad \frac{Pal}{4fx} = b'',$$

so erhält man statt (50) und (51):

$$B' = b' - H_P$$

$$B'' = b'' - H_P.$$

Wenn x constant, a variabel, so ist (52) die Gleichung einer Geraden, welche durch den Punkt l geht, (53) bedeutet eine durch o gehende Gerade, H_P ist die Ordinate einer Parabel, deren verticale Axe die Abszissenaxe im Punkt $a = \frac{l}{2}$ schneidet.

Der Schnittpunkt der beiden Geraden (52) und (53) hat die Coordinaten $a = x$ und $b = \frac{Pl}{4f}$.

Für jeden Querschnitt x hat also b denselben Werth, der Schnitt-

punkt 0 Fig. 14 der beiden Geraden liegt also auf einer zur x -Axe parallelen Geraden und hat die Abszisse x . Man erhält somit für jeden Querschnitt x den Werth $\frac{(M_x)}{Y}$, indem man den Schnittpunkt des Loths in x und der Parallelen $\frac{Pl}{4f}$ mit den Punkten 0 und l verbindet und die Ordinate b' oder b'' dieser Verbindungslinien bei der Abszisse a mißt. $\frac{M_x}{Y}$ ist demnach die Differenz B der Ordinaten der Parabel und der geraden Linie (52) oder (53) bei der Abszisse a .

Ist $P = 1$, so wird mit $a = \frac{l}{2} : H_{\max} = \frac{3l}{16f}$, $b = \frac{l}{4f} = \frac{4}{3} H_{\max}$.

In Fig. (14) ist $S_0 G' G'' S_1$ die Linie der H für die Last „Eins“, $K_0 K_1$ der geometrische Ort der Schnittpunkte O der beiden durch S_0 und S_1 gehenden Geraden (52) und (53).

(Die einzelnen Brückenöffnungen sind vorerst unabhängig von einander gedacht.) Um für den Querschnitt x das durch beliebige Belastung $P_1 P_2 \dots$ entstehende Biegemoment zu erhalten, bildet man die Summe der Produkte $P \cdot B$ unter Berücksichtigung des Vorzeichens von B (B ist positiv, wenn die Ordinate der Parabel kleiner ist als die der Geraden $S_0 O$ oder $S_1 O$, im umgekehrten Fall negativ), man hat dann $M_x = Y \Sigma P B$.

Wenn man die Ordinatenabschnitte B unter Berücksichtigung des Vorzeichens von der Abszissenaxe aus als Ordinaten aufträgt, so erhält man die Influenzlinie für das Biegemoment im Querschnitt x (vergl. Fig. 5).

Die schraffierte Fläche der positiven Biegemomente $OG'G''$ ist, wie erforderlich, gleich der Gesamtfläche der negativen, weil das Parabelsegment $\frac{2}{3} \cdot l \cdot \frac{3l}{16f} = \frac{l^2}{8f}$ gleich ist dem Dreieck $S_0 O S_1 = \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4f} = \frac{l^2}{8f}$. Wie man sieht, ist die Kämpferdrucklinie zur Bestimmung der Belastungsscheiden entbehrlich geworden, da man die Grenzpunkte G' und G'' , für welche B , also auch $M_x = 0$ ist, unmittelbar erhält.

Für die Brückenöffnung II wurden für 2 Querschnitte x_1 und x_2 die graphischen Darstellungen der Biegemomente aufgezeichnet und für x_2 diejenige Stellung eines Lastzugs skizzirt, welche das größte positive Moment erzeugt.

Genaue Resultate erhält man, wenn man die Curve für H nach den Formeln (8) oder (11) aufträgt, welche im letzteren Fall keine gewöhnliche Parabel ist, sondern eine Curve 4^{ter} Ordnung.

Die Geraden $\frac{(M_x)}{Y}$ werden zu flachen Curven, wenn man die durch die Einzellast $P = 1$ hervorgerufene Änderung ΔY von Y berücksichtigt und die Curven $\frac{(M_x)}{Y + \Delta Y}$ aufträgt, nachdem zunächst auf Grund der Vernachlässigung von ΔY die ganze Berechnung durchgeführt wurde und man die Resultate zur Berechnung der elastischen Durchbiegung des Versteifungsbalkens (vergl. unten) verwendet hat. Man erhält damit sowohl genauere Belastungsscheiden, als auch genauere Werthe von M_x . ($M_x = (Y + \Delta Y) \Sigma P B$.) Der geometrische Ort der Punkte O ändert sich ebenfalls. Die Berücksichtigung von ΔY hat nur theoretische Bedeutung.

Wenn die Kettenlinie keine Parabel ist, so ist das Verfahren doch dasselbe. Nur die Curve für H ist keine Parabel und der geometrische Ort für O ist keine Gerade mehr.

Die Biegemomente durch gleichmäfsig vertheilte Last q können ebenfalls ziemlich rasch und, wenn man die genaue Curve für H aufträgt, mit etwas gröfserer Genauigkeit, als mit Hülfe der vorstehenden Tabellen, graphisch bestimmt werden. Z. B. das durch Belastung der Strecke $a'' a'$ (Fig. 14, Öffnung I) erzeugte Biegemoment in x ist gleich dem Flächenstück, das zwischen den Ordinaten in a'' und a' von der schraffirten Fläche abgeschnitten wird, multiplicirt mit $q \cdot Y$, wobei die positiven und negativen Abschnitte der schraffirten Fläche mit ihren Vorzeichen zu berücksichtigen sind.

b. Bestimmung der Verticalkräfte.

Aus (1) erhält man:

$$(54) \quad \frac{V_x}{\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}} = \frac{(V_x)}{\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}} - H_P,$$

wo $\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} = \frac{4f}{l^2} (l - 2x)$; setzt man für (V_x) seinen Werth, so wird: für $a > x$

$$(55) \quad \frac{V_x}{\frac{4f}{l^2} (l - 2x)} = \frac{Pl (l - a)}{4f (l - 2x)} - H_P,$$

für $a < x$

$$(56) \quad \frac{V_x}{\frac{4f}{l^2} (l - 2x)} = - \frac{P a l}{4f (l - 2x)} - H_P.$$

Ist wieder B' oder $B'' = \frac{V_x}{\frac{4f}{l^2}(l-2x)}$, je nachdem $a \geq x$ und

$$(57) \quad \frac{Pl(l-a)}{4f(l-2x)} = b_1, \text{ wo } a > x,$$

$$(58) \quad -\frac{Pal}{4f(l-2x)} = b_2, \text{ wo } a < x,$$

so erhält man statt (55) und (56):

$$\text{wenn } a > x \quad B' = b_1 - H_P,$$

$$a < x \quad B'' = b_2 - H_P.$$

Es bedeutet für ein bestimmtes x und ein veränderliches a :

(57) eine durch den Punkt l gehende Gerade, (58) eine durch den Punkt o gehende Parallele zu derselben. Die Punkte der Strecke (57) haben die Abszissen von $a = x$ bis $a = l$, diejenigen von (58) von $a = o$ bis $a = x$. Für $a = x$ erhält man die Ordinaten der Endpunkte jener Strecken:

$$(59) \quad b_1' = \frac{Pl(l-x)}{4f(l-2x)},$$

$$(60) \quad b_2' = -\frac{Px l}{4f(l-2x)}.$$

Betrachtet man nun in den letzten Gleichungen x und $b_1' b_2'$ als die Veränderlichen, so stellen die Gleichungen (59) und (60) die geometrischen Orte der Endpunkte (x, b_1') und (x, b_2') jener Strecken vor. Aus (59) ist der Differentialquotient:

$$\frac{db_1'}{dx} = \frac{Pl^2}{4f(l-2x)^2},$$

es wird also

$$\text{für } x = \frac{l}{2} \quad : \quad \frac{db_1'}{dx} = \infty \quad \text{und} \quad b_1' = \infty,$$

$$,, \quad x = \infty \quad : \quad \frac{db_1'}{dx} = 0 \quad ,, \quad b_1' = \frac{Pl}{8f}.$$

Aus (60)

$$\frac{db_2'}{dx} = -\frac{Pl^2}{4f(l-2x)^2},$$

$$\text{für } x = \frac{l}{2} \text{ wird } \frac{db_2'}{dx} = \infty \quad \text{und} \quad b_2' = \infty,$$

$$,, \quad x = \infty \quad ,, \quad \frac{db_2'}{dx} = 0 \quad ,, \quad b_2' = \frac{Pl}{8f}.$$

Beide Curven sind somit gleichseitige Hyperbeln mit gemeinschaftlichen Asymptoten, deren Gleichungen sind:

$$x = \frac{l}{2}; \quad b_1' = b_2' = \frac{Pl}{8f} \quad \left(\text{für } P = 1, \quad b_1' = \frac{l}{8f} \right).$$

In Figur 15 sind M_0 und M_2 die beiden Mittelpunkte, $M_0 M_1$, $A_0 A_1$ bzw. $M_2 M_3$ und $A_2 A_3$ die Asymptoten der Hyperbeln für die Öffnungen I und II.

Es sind nur die Zweige der Hyperbeln von $x = 0$ bis $x = \frac{l}{2}$ aufgezeichnet, weil die symmetrischen Zweige nicht gebraucht werden, indem mit den Verticalkräften der einen Trägerhälfte auch die der andern gegeben sind. Man kann bei der Aufzeichnung die Axen der Hyperbeln und die bekannte geometrische Eigenschaft benutzen, daß eine beliebige Gerade, z. B. $PS_1 P' P''$ die Asymptoten und die Hyperbel so schneidet, daß $S_1 P = P' P''$; auch kann man leicht durch Rechnung die Scheitelpunkte bestimmen.

Wie ersichtlich, ist das graphische Verfahren zur Bestimmung der Verticalkräfte dem oben entwickelten für die Biegemomente ähnlich, nur daß an die Stelle der Geraden als geometrischem Ort die beiden Hyperbeln treten.

Für den Querschnitt x des Versteifungsbalkens der Öffnung I gibt die schraffierte Fläche $S_0 P_0 S_1 P_1 P_2 S_0$ (Figur 15) ein Bild der von einer fortschreitend gedachten Einzellast erzeugten Verticalkraft V_x , indem die in jene schraffierte Fläche fallenden Ordinatenabschnitte B' , B'' gleich V_x dividirt durch $\left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}\right)$ sind, wenn $P = 1$ ist.

Für den Querschnitt x_1 der Öffnung II gibt die ganz schraffierte Fläche $S_1 P_8 P_7 S_2 P_9 P_6 S_1$, für x_2 die randschraffierte Fläche $S_1 P_5 P_4 S_2 P_3 S_1$ die Darstellung von V_x dividirt durch $\left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}\right)$.

Durch Summirung der Werthe $B P \dots$ für einen Lastzug und durch Multiplikation dieser Summe mit $\left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}\right)$ erhält man unter Berücksichtigung des Vorzeichens von B' , B'' die gesammte, durch den Lastzug in x_2 erzeugte Verticalkraft. Die Belastungsscheiden ergeben sich wieder unmittelbar ohne Zuhülfenahme der Kämpferdrucklinie. Entweder gibt es nur eine Belastungsscheide, den Querschnitt selbst wie bei x_2 , oder, wie bei x_1 den Querschnitt und die Abszisse des Schnittpunkts P_9 der Geraden $P_7 S_2$ mit der Curve H_P . Es kann auch hier leicht nachgewiesen werden, daß der positive, oberhalb der Parabel befindliche Theil der schraffirten Fläche für einen bestimmten Querschnitt gleich dem negativen, unterhalb der Parabel liegenden Theil derselben ist, was damit im Einklang steht, daß eine gleichmäßig vertheilte Totalbelastung keine Verticalkraft hervorruft.

Die graphische Darstellung von

$$\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} = \frac{4f}{l^2} (l - 2x)$$

ist eine gerade Linie N_0N_1 in Öffnung I, N_2N_3 in Öffnung II. Diese Werthe können also bequem genau berechnet oder der Zeichnung entnommen werden.

Durch Aufzeichnen der genauen Curve H_P nach (8) oder (11) erhält man wieder genaue Werthe von V_x . Die Hyperbeln bleiben unverändert, wenn man die Änderung von $\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l}$ in Folge der Formänderung der Kette vernachlässigt. Die Änderung jener Werthe kann jedoch nach der unten gegebenen Berechnung der elastischen Durchbiegung des Versteifungsbalkens berücksichtigt werden, indem man $\Delta \varphi$ aus Δy genügend genau bestimmen kann.

Für eine nicht parabolische Kettenlinie treten an Stelle der Hyperbeln andere Curven, ebenso ändert sich die Curve von H_P ; im Übrigen bleibt das Verfahren dasselbe.

Da die Bestimmung der Werthe von b_1' und b_2' in der Nähe der Brückenmitte unbequem wird, auch wenn man den Maßstab günstig wählt, so berechnet man für $x = \frac{l}{2}$ V_x direkt. Da hier

$$\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} = 0$$

ist, so wird $V_x = (V_x)$.

$\max. V_x$ für $x = \frac{l}{2}$ erhält man bei gleichmäßig vertheilter Belastung q , wenn man die eine Brückenhälfte belastet, also

$$\max. V_{\frac{l}{2}} = \pm \frac{ql}{8} \quad (\text{Tab. 1.})$$

Die durch Temperatur- und Spannweitenänderung erzeugten Momente und Verticalkräfte stellt man auf Grund der Berechnung des Biegemoments durch Temperatur für $x = \frac{l}{2}$ und der Verticalkraft für $x = 0$ vortheilhafterweise graphisch zusammen (wie in Figur 12 u. 13) und erhält durch Addition mit dem Zirkel die Gesamtwerte $M_P + M_{\tau, \Delta l}$ und $V_P + V_{\tau, \Delta l}$.

Bemerkung: In Figur 15 wurde der Maßstab für die Ordinaten der Curven für Öffnung I 4mal kleiner als bei Öffnung II genommen.

9. Berechnung derjenigen Höhe des Versteifungsbalkens, wobei der geringste Materialaufwand für Gurtungen und Füllungstheile desselben erforderlich ist.

M_q , M_τ , $M_{\Delta l}$ seien die numerischen Grenzwerte des durch die 3 Einflüsse erzeugten Biegemoments im Querschnitt x , Θ das Trägheitsmoment, s' die zulässige, für Gurtungen und Füllungstheile gleiche Anstrengung des Materials. Das Gesamt-Biegemoment in x ist:

$$\begin{aligned} M_x &= M_q + M_\tau + M_{\Delta l} = M_q - Y(H_\tau + H_{\Delta l}) \\ &= M_q + Y \frac{15 E \Theta}{8 f^2} \left(\alpha \tau \varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right), \end{aligned}$$

hier ist bei positivem M_q zugleich τ positiv zu nehmen, Δl wird dann negativ, so daß M_x seinen größten positiven Werth erreicht. Den größten negativen Werth von M_x erhält man für den größten negativen Werth von M_q und τ . Im Nachfolgenden hat man unter M_x stets seinen größten Absolutwerth zu verstehen.

Setzt man:

$$\frac{15 E}{8 f^2} \left(\alpha \tau \varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right) = c,$$

so ist

$$M_x = M_q + \Theta c Y,$$

wo M_q und c stets Absolutwerthe sind. Für einen Fachwerksträger von der Höhe h zwischen den Gurtungsschwerpunkten und dem Querschnitt F einer Gurtung in x ist:

$$M_x = \frac{\Theta s'}{h} = F h s' = M_q + \frac{F h^2}{2} c Y,$$

woraus

$$(61) \quad F = \frac{2 M_q}{2 h s' - h^2 c Y}.$$

In der Nähe von x ist der Materialverbrauch für die Gurtungen, pro Längeneinheit constant gerechnet:

$$m_1 = 2 F l = \frac{4 M_q}{2 h s' - h^2 c Y}.$$

Ein Minimum von m_1 allein ergibt sich aus $\frac{dF}{dh} = 0$ für

$$(62) \quad h_1 = \frac{s'}{c Y} = \frac{2 l^2 f s'}{x(l-x) 15 E \left(\alpha \tau \varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right)},$$

da für h_1 der Differentialquotient $\frac{d^2 F}{dh^2}$ positiv wird. (s' kann als con-

stant angenommen werden, weil für jeden Querschnitt, auch bei concentrirten Lasten annähernd

$$\begin{aligned} \text{pos. max. } M_x &= - \text{neg. max. } M_x, \\ \text{pos. max. } V_x &= - \text{neg. max. } V_x. \end{aligned}$$

Für $x = \frac{l}{2}$ ist:

$$(63) \quad h_1 = \frac{8fs'}{15 E \left(\alpha \tau \varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right)}.$$

Aus (61) ergibt sich, daß der Gurtungsquerschnitt $F = \infty$ wird für $h = 0$ und für $h = \frac{2s'}{cY} = 2h_1$. (Wenn also ein bestimmtes s' als höchste zulässige Anstrengung betrachtet wird, so ist die Höhe des Trägers von sehr bedeutendem Einfluß auf den Materialaufwand.)

Im Nachfolgenden soll außer dem Materialaufwand für die Gurtungen auch der für die Füllungstheile berücksichtigt werden.

Die größte Verticalkraft im Querschnitt x ist:

$$V_x = V_q - \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} \right) (H_\tau + H_{\Delta l}) = V_q + \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} \right) \frac{Fh^2}{2} c.$$

(Für V_x , V_q , τ gilt bezüglich der Vorzeichen das oben für M_x , M_q , τ Gesagte.)

Soll diese Verticalkraft von beliebig vielen im Querschnitt x geschnittenen Diagonalen des gitterförmig gedachten Fachwerksbalkens aufgenommen werden, welche unter dem $< \alpha = 45^\circ$ gegen die Horizontale geneigt sind, so ist die Beanspruchung einer einzelnen $= \frac{V_x}{\sin \alpha}$ dividirt durch die Anzahl derselben. Die Summe der Querschnitte dieser Diagonalen ist $\frac{V_x}{s' \sin \alpha}$, der Materialverbrauch für die Diagonalen per Längeneinheit des Trägers ist:

$$\frac{V_x}{s' \sin \alpha} \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{2 V_x}{s'}.$$

Hierbei ist die Maschenweite des Gitterfachwerks im Verhältniß zur Trägerhöhe klein vorausgesetzt, entsprechend der ebenfalls klein angenommenen Entfernung der Hängstangen. Ferner ist der Einfluß kleiner Änderungen des Winkels α , welche durch die veränderliche Höhe des Trägers bedingt sind, auf den Materialaufwand, vernachlässigt. Voraussetzung ist ferner, daß die Gurtungen nicht auf Zerknicken zu berechnen sind und daß die Nietverschwächung bei denselben unberücksichtigt bleibt. Wenn man bei den Füllungstheilen den Einfluß der Nietverschwächung und der Inanspruchnahme auf

Zerknickungsfestigkeit der Einfachheit halber dadurch berücksichtigt, daß man den Materialaufwand für die Füllungstheile mit dem Coefficienten n multiplicirt (wo n etwa $= 1,3$ bei mittleren Verhältnissen), so ist der Materialverbrauch pro Längeneinheit für Gurtungen und Füllungstheile zusammen:

$$m = \frac{4M_q}{2hs' - h^2 c Y} + \frac{n}{s'} \left[2V_q + Fh^2 c \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} \right) \right],$$

mit (61):

$$m = \frac{4M_q}{2hs' - h^2 c Y} + \frac{2n}{s'} \left[V_q + M_q \frac{hc \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} \right)}{2s' - hcY} \right].$$

Ein Minimum von m ergibt sich aus:

$$\frac{dm}{dh} = 0 \quad \text{für} \quad h_2 = \frac{-cY + \sqrt{c^2 Y^2 + 2ncs' \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} \right)}}{nc \left(\operatorname{tg} \varphi - \frac{k}{l} \right)}$$

oder mit

$$n' = \frac{4ns'fl^2}{15E \left(\alpha\tau\varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right)}$$

$$(64) \quad h_2 = \frac{-x(l-x) + \sqrt{x^2(l-x)^2 + n'(l-2x)}}{n(l-2x)}.$$

(Für diesen Werth von h wird $\frac{d^2m}{dh^2}$ positiv. Ein Maximum von m ergibt sich wieder für $h = \frac{2s'}{c}$, da alsdann $m = \infty$ wird.)

Für $x = \frac{l}{2}$ erhält man aus (64) zunächst den unbestimmten Werth $\frac{0}{0}$, der sich in bekannter Weise bestimmt zu

$$h_2 = \frac{8}{15} \frac{fs'}{E \left(\alpha\tau\varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right)}.$$

Dies ist derselbe Werth, wie oben von h_1 für $x = \frac{l}{2}$. Der Materialaufwand für die Gurtungen bestimmt also allein schon die Trägerhöhe in der Brückenmitte.

Für $x = 0$ ist

$$h_2 = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n'}{l}}.$$

Für eine vom Verfasser projektirte Straßenbrücke mit einer Öffnung von $l = 62,5$ m Spannweite und $f = \frac{l}{7}$ ergeben sich aus (67) folgende Werthe:

Für $\frac{x}{l} = 0$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$h_2 = 5,25 \text{ m}$	3,55	2,57	1,70	1,33	1,18	1,15 m.

Die günstigste Trägerhöhe in der Mitte ist hier also etwa $= \frac{1}{60}$ der Spannweite.

Praktisch wird man dem Träger nur in der Nähe der Mitte die berechnete Höhe geben, und gewöhnlich gegen das Auflager hin die Höhe gegenüber der berechneten wesentlich kleiner nehmen, da sonst die Gurtungsquerschnitte so gering ausfallen, daß sie praktisch nicht ausführbar sind, und die Füllungstheile auf Zerknickungsfestigkeit zu berechnen wären. Auch würde eventuell der Balken nicht mehr als Stab mit gerader horizontaler Axe angesehen werden können.

Die vorstehende Berechnung hat zur Voraussetzung, daß es nicht nothwendig ist, einen der beiden gleich angenommenen Gurtungsquerschnitte des Versteifungsbalkens oder beide mit Rücksicht auf Winddruck zu vergrößern. Wenn das Letztere der Fall ist, ändert sich die Berechnung der günstigsten Höhe in ähnlicher Weise, wie diejenige für den elastischen Bogenträger mit 2 Gelenken, da hier der Gurtungsquerschnitt mit Rücksicht auf die Axialkräfte größer ausfällt, als die Biegemomente allein erfordern würden. Die geänderte Berechnung ist leicht und analog der obigen durchzuführen.

10. Günstige Pfeilhöhe des Kabels (Kette).

Eine genaue Berechnung derjenigen Pfeilhöhe des Kabels, bei welcher im einzelnen Fall der geringste Gesamtaufwand an Baukosten sich ergibt, würde sehr mühsam sein, da der Einfluß der Gröfse der Pfeilhöhe auf die Kosten einer Brücke zu kompliziert ist.

Abhängig von f ist der Kostenaufwand für: die Kabel, die Tragstangen, die Versteifungsbalken, die Pylonen und die Verankerung.

Unabhängig von f ist der Material- und Kostenaufwand nur für: die Fahrbahntafel und den Horizontalverband.

Um einen Anhaltspunkt für die meist ziemlich freie Wahl einer günstigen Pfeilhöhe zu erhalten, wurde vom Verfasser für einen versteiften Drahtkabelsteg von $l = 38 \text{ m}$ Spannweite und $1,5 \text{ m}$ Breite mit Rückhaltkabeln, deren Neigung gegen die Horizontale gleich ist der Neigung der Tangenten an die Kabelcurve in den Stützpunkten, mit eisernen Pylonen und Verankerungen aus Beton, der Kostenauf-

wand für Kabel, Eisenconstruktion der Pylonen und Verankerungen zusammen für verschiedene Pfeilhöhen berechnet. Der Vereinfachung halber wurden die Kosten der Tragstangen und Versteifungsbalken zusammen als constant angenommen, da mit wachsender Pfeilhöhe der Kostenaufwand für die ersteren zu-, für die letzteren abnimmt. Die eisernen Pylonen wurden auf Zerknickungsfestigkeit berechnet, der Einfluss des Winddrucks auf dieselben vernachlässigt.

Die Berechnung ergab, dass etwa bei $f = \frac{l}{6}$ der geringste Kostenaufwand für Kabel, Pylonen und Verankerungen zusammen genommen eintritt. Setzt man diesen geringsten Aufwand = 100, so ergibt sich für die Pfeilhöhe

$$f = \frac{l}{4} \quad \frac{l}{5} \quad \frac{l}{6} \quad \frac{l}{7} \quad \frac{l}{8}$$

der Aufwand: 111 102 100 103 109.

Man kann somit bei größeren Brücken, bei welchen wegen des Einflusses des Winddrucks auf die Construktion der Pylonen, und wegen der mit der Pfeilhöhe wachsenden Schwierigkeiten der Befestigung der Kabelbänder für die Tragstangen etwa $f = \frac{l}{7}$ als günstigste Pfeilhöhe ansehen, wenn für die Pylonen Eisenconstruktion gewählt wird. (Der Aufwand für die Kabel allein würde ein Minimum bei rund $f = 0,35 l$).

11. Einfluss der Längenänderung der eisernen Pylonen und Tragstangen.

Die Spannungen, welche in Folge der elastischen- und Wärme-Ausdehnung der Pylonen und Hängstangen entstehen und bis jetzt nicht berücksichtigt wurden, (nur die elastische und Wärme-Ausdehnung des Kabels ist bereits in Rechnung gezogen) sind, insbesondere die von elastischen Formänderungen herrührenden, als secundäre Spannungen zu bezeichnen, welche gewöhnlich vernachlässigt werden können. Für eine genaue Berechnung bei großen Spannweiten ist diese Vernachlässigung jedoch unstatthaft.

Die Längenänderung der eisernen Pylonen bewirkt eine Hebung oder Senkung der Kabelstützpunkte um Δh_0 und Δh_1 und zugleich eine Änderung der Spannweite um Δl_1 .

Diese Längenänderungen sind von denen der Tragstangen begleitet. Die Gesamtwirkung der von Temperaturwechsel allein her-

rührenden Längenänderungen ist bei Zunahme der Temperatur eine Biegung des Versteifungsträgers nach aufwärts, d. h. die Wirkung der nach abwärts gerichteten Verlängerung der Tragstangen wird von derjenigen der aufwärts gerichteten Pylonenverlängerung übertroffen. Bei Temperaturabnahme ist es umgekehrt.

Zur Berechnung wird die Axe des Versteifungsbalkens als eine Horizontale angenommen, auf welcher die untern Endpunkte der Tragstangen sich befinden. Die Pylonen seien, soweit sie über der Horizontalen liegen, aus Eisen construiert mit den Höhen h_0 und h_1 , wo $h_0 = h_1 + k$. Der Horizontalschub, welcher durch eine beliebige mobile Belastung und beliebige Temperatur- und Spannweitenänderung bei starr angenommenen Hängstangen und Pylonen eintritt, sei H ; nach Längenänderung derselben

$$H + \Delta H_1 + \Delta H_2 = H + \Delta H,$$

wo ΔH_1 von Veränderung der Höhe der Kabelstützpunkte und der Tragstangenlänge und ΔH_2 von der Spannweitenänderung Δl_1 herrührt.

Die ursprüngliche (bei bestimmter mittlerer Temperatur und spannungslosem Zustand des Versteifungsbalkens vorhandene) Länge einer Tragstange ist:

$$t = k + h_1 - y = k + h_1 - \left[x \frac{k}{l} + \frac{4f}{l^2} x(l-x) \right].$$

Die Temperaturänderung τ allein erzeugt eine Verlängerung der Tragstangen:

$$(65) \quad \Delta t_1 = \alpha \tau t$$

und die Längen- (Höhen)-Änderungen der Pylonen:

$$\Delta h_0 = - (k + h_1) \alpha \tau,$$

$$\Delta h_1 = - h_1 \alpha \tau.$$

Folglich die von der Höhenänderung der Kabelstützpunkte herührende verticale Bewegung eines Kabelpunktes xy bezogen auf ein festes Coordinatensystem, dessen Axen bei bestimmter mittlerer Temperatur und spannungslosem Zustand des Versteifungsbalkens durch den linken höheren Kabelstützpunkt gehen, zunächst ohne Rücksicht auf Δl_1 :

$$(66) \quad \Delta t_2 = - (t + Y) \alpha \tau$$

(wie geometrisch leicht zu erweisen).

Da die Spannung einer Hängstange $T = \frac{8f}{l^2} H e$ (ΔH kann hier

vernachlässigt werden), so ist die elastische Verlängerung derselben, wenn der Querschnitt $= v$

$$(67) \quad \Delta t_3 = \frac{8f H e t}{l^2 v E}.$$

Die Spannungen in den Pylonen sind:

$$S_0 = H (\operatorname{tg} \varphi_0 + \operatorname{tg} \varphi_1),$$

$$S_1 = H (\operatorname{tg} \varphi_l + \operatorname{tg} \varphi_2),$$

folglich die elastische Längenänderung der Pylonen:

$$m_0 = \frac{H (\operatorname{tg} \varphi_0 + \operatorname{tg} \varphi_1) (h_1 + h)}{E v_0} = H c_0$$

$$m_1 = \frac{H (\operatorname{tg} \varphi_l + \operatorname{tg} \varphi_2) h_1}{E v_1} = H c_1,$$

wenn man die constanten Factoren von H mit c_0 bzw. c_1 bezeichnet.

Die von der elastischen Längenänderung der Pylonen herrührende Verticalbewegung eines Kabelpunktes ist folglich:

$$(68) \quad \Delta t_4 = H \left[c_0 - \frac{x}{l} (c_0 - c_1) \right],$$

wie sich aus den geometrischen Verhältnissen ergibt. Die verticale Durchbiegung des Punktes x des Versteifungsbalkens in Folge der durch elastische Dehnung und Temperaturwechsel entstandenen Längenänderungen der Pylonen und Hängstangen (ohne Rücksicht zunächst auf die hierbei eintretende Spannweitenänderung Δl_1) ist:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4.$$

$$(69) \quad \Delta t = -\alpha \tau Y + H \left[\frac{8f e t}{l^2 v E} + c_0 - \frac{x}{l} (c_0 - c_1) \right].$$

NB. Hier sind Y und t Absolutwerthe.

Setzen wir das in Folge der Durchbiegung Δt im Querschnitt x entstehende Biegemoment $= \Delta M_x$ und das Trägheitsmoment desselben Querschnitts des Versteifungsbalkens $= \Theta_x$, so ergibt die Navier'sche Bieungsformel:

$$-\frac{\Delta M_x}{E \Theta_x} = \frac{d^2 \Delta t}{dx^2} = -\alpha \tau \frac{d^2 Y}{dx^2} + H \frac{8f e}{l^2 v E} \cdot \frac{d^2 t}{dx^2},$$

und mit

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = -\frac{8f}{l^2}$$

und

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = -\frac{8f}{l^2}$$

$$(70) \quad \Delta M_x = E \Theta_x \frac{8f}{l^2} \left(-\alpha\tau + \frac{H8fe}{l^2 v E} \right).$$

Es ist also ΔM_x proportional Θ_x .

Um aus ΔM_x ΔV_x zu bestimmen, setzen wir

$$(71) \quad \Theta_x = C' Y,$$

wo C' eine Constante (Mittelwerth).

(Da ΔM_x nur ein kleiner Werth ist, so ist dies jedenfalls für praktische Zwecke erlaubt.) Es ist

$$(72) \quad \Delta V_x = \frac{d\Delta M_x}{dx} = EC' \frac{32f^2}{l^4} (l - 2x) \left(-\alpha\tau + \frac{8Hfe}{l^2 v E} \right).$$

Die ΔM_x entsprechende Änderung ΔH_1 des Horizontalschubs H ist nur dann in allen Kabelpunkten constant, wenn $\Theta_x = C' Y$. Unter dieser Voraussetzung ist $\Delta H_1 Y = -\Delta M_x$.

Der Mittelwerth von Y ist $\frac{2}{3}f$, somit nach (71) der Mittelwerth von Θ_x :

$$\Theta = \frac{2}{3}fC' \text{ oder die Constante } C' = \frac{3\Theta}{2f}. \text{ Damit wird:}$$

$$\Delta H_1 = -\frac{12E\Theta}{l^2} \left(-\alpha\tau + \frac{8Hfe}{l^2 v E} \right).$$

Die noch zu berücksichtigende, von der Wärme- und elastischen Dehnung der Pylonen hervorgerufene Spannweitenänderung Δl_1 ist genügend genau:

$$(73) \quad \Delta l_1 = \operatorname{tg} \varphi_1 [\alpha\tau(h_1 + k) - c_0 H] + \operatorname{tg} \varphi_2 [\alpha\tau h_1 - c_1 H].$$

Hieraus bestimmt sich ΔH_2 nach (13) und man hat schliesslich als Einfluss der Längenänderungen der Pylonen und Hängstangen auf den Horizontalschub in Folge beliebiger Belastung, Temperatur- und Spannweitenänderung:

$$(74) \quad \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = \frac{3E\Theta}{l^2} \left[4\alpha\tau - \frac{32Hfe}{l^2 v E} + \frac{5l\Delta l_1}{8f^2} \right].$$

Zur Vergleichung mit Vorstehendem ist von Interesse: „Berechnung eines Kettenbalkenträgers auf Grund der Deformation der einzelnen Fachwerksstäbe“ von Professor Krohn in Aachen (Civilingenieur 1881).

Von Professor Krohn ist zwar die im Vorstehenden, weil nicht erheblich, ausser Acht gelassene Deformation der Stäbe des Balkens in Rechnung gezogen. Die beiden End-Tragstangen (Pylonen) sind jedoch starr angenommen und die Berechnung ist nur für einen speciellen Fall durchgeführt.

12. Durchbiegung des Trägersystems.

Die Hängstangen und Pylonen werden hier starr vorausgesetzt, da der Einfluß ihrer Längenänderung auf die Biegung des Balkens bereits berechnet ist.

Die elastische Durchbiegung des Balkens im Querschnitt x ist = der verticalen Bewegung des entsprechenden Kabelpunktes und berechnet sich wie diejenige des congruenten frei aufliegenden Balkens, wenn man die Spannungen in den Tragstangen zugleich mit der Belastung und den Auflagerwiderständen des Versteifungsbalkens als Aufsenkräfte betrachtet.

Ist Δy die gesammte Durchbiegung im Querschnitt x , so ist nach der Navier'schen Formel: $\frac{d^2 \Delta y}{dx^2} = -\frac{M_x}{E \Theta_x}$, worin für Θ_x der Mittelwerth Θ gesetzt werden darf.

Das Gesamtbiegemoment im Querschnitt x ist:

$$\begin{aligned} M_x &= M_P + \Delta M_P + M_\tau + M_{\Delta l} \\ &= (M_x) - (H_P + \Delta H_P + H_\tau + H_{\Delta l}) Y, \end{aligned}$$

wo M_P das Biegemoment durch Belastung allein und ΔM_P das von der Längenänderung der Kette in Folge jener Belastung erzeugte Biegemoment ist, H_P und ΔH_P entsprechen M_P und ΔM_P .

H_P , H_τ , $H_{\Delta l}$ sind in (14) (12) (13) gegeben, ΔH_P in (44).

Als Belastung werde zunächst die Einzellast P in a angenommen.

I. Für $x < a$:

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{x}{l} P(l-a) - \frac{3Pa(l-a)x(l-x)}{l^3} \\ &\quad - x(l-x) \left[\left(\frac{1}{n} - 1 \right) \frac{3Pa(l-a)}{l^3} - \frac{15E\Theta}{2nfl^2} \left(\alpha\tau\varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right) \right]. \end{aligned}$$

Mit der Navier'schen Formel und den Abkürzungen

$$\begin{aligned} A &= \frac{P(l-a)}{l^3 E \Theta}, \quad n = 1 + \frac{15E\Theta\varepsilon}{8Cf^2}; \\ B &= \frac{1}{2nfl^3 E \Theta} \left[(1-n) 6Pa(l-a)f - 15E\Theta l \left(\alpha\tau\varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right) \right] \end{aligned}$$

erhält man:

$$(75) \quad \frac{d^2 \Delta y}{dx^2} = A [x(3a-l)l - 3ax^2] + B(xl - x^2).$$

II. Für $x > a$:

$$M_x = -\frac{x-l}{l} Pa - \frac{3Pa(l-a)x(l-x)}{l^3} + B(xl - x^2),$$

mit

$$A' = \frac{Pa}{l^3 E \Theta}$$

wird:

$$(76) \quad \frac{d^2 \Delta y}{dx^2} = A' [x(4l - 3a)l + 3x^2(a - l) - l^3] + B(xl - x^2).$$

Setzt man $\Delta y = \Delta y' + \Delta y''$, wo $\Delta y'$ von der Belastung allein, $\Delta y''$ von den übrigen Einflüssen, (Änderung von Temperatur und Spannweite, elastische Dehnung der Kette) herrührt, so ist $\frac{d^2 \Delta y'}{dx^2} =$ dem A bzw. A' enthaltenden, $\frac{d^2 \Delta y''}{dx^2} =$ dem B enthaltenden Summanden in (75) und (76).

Durch 2malige Integration erhält man:

I. Für $x < a$:

$$\Delta y_I' = \frac{A}{12} [2x^3(3a - l)l - 3ax^4 + 12C^I x + 12C^{II}].$$

II. Für $x > a$:

$$\Delta y_{II}' = \frac{A'}{12} [2x^3 l(4l - 3a) + 3x^4(a - l) - 6l^3 x^2 + C^{III}x + C^{IV}].$$

Zur Bestimmung der Integrationsconstanten dient Folgendes:

Für $x = 0$ ist $\Delta y_I' = 0$,

für $x = l$ ist $\Delta y_{II}' = 0$.

für $x = a$ ist $\Delta y_I' = \Delta y_{II}'$ und $\frac{d \Delta y_I'}{dx} = \frac{d \Delta y_{II}'}{dx}$,

weil für diesen Fall (Angriff der Last im Querschnitt), aus den Gleichungen für $\Delta y_I'$ und $\Delta y_{II}'$ dieselbe Gröfse der Durchbiegung resultiren muß und beide Zweige der elastischen Linie sich im Punkt a berühren müssen.

Danach wird:

$$C^I = \frac{al^2}{12} (1 - 2a), \quad C^{II} = 0,$$

$$C^{III} = \frac{l^2}{12} (l^2 + 3al + 2a^2), \quad C^{IV} = -\frac{a^2 l^3}{6},$$

und hieraus für

$$(77) \quad \begin{cases} x < a: \Delta y_I' = \frac{P(l-a)}{12l^3 E \Theta} [x^3(6al - 2l^2 - 3ax) + axl^2(l - 2a)], \\ x > a: \Delta y_{II}' = \frac{Pa}{12l^3 E \Theta} [2x^3 l(4l - 3a) + 3x^4(a - l) - 6l^3 x^2 + l^2 x(l^2 + 3al + 2a^2) - 2a^2 l^3]. \end{cases}$$

Durch Integration erhält man mit den Bedingungen, daß für $x = 0$ und $x = l$ $\Delta y'' = 0$ ist:

$$(78) \quad \Delta y'' = \frac{Bx}{12} (2x^2 l - x^3 - l^3).$$

Dies sind die allgemeinen Formeln, aus welchen die Einsenkung für beliebige Belastung, Temperatur u. s. w. in bekannter Weise berechnet werden kann.

Es ist ersichtlich, daß $\Delta y_I'$ und $\Delta y_{II}'$ unabhängig von f sind, während $\Delta y''$ sich mit f ändert.

Wenn $x = a$, d. h. wenn P im Querschnitt x wirkt, erhält man:

$$(79) \quad \Delta y_I' = \Delta y_{II}'' = \frac{Pa^2(l-a)}{12l^3 E \Theta} (6a^2l - 3a^3 + l^3 - 4al^2),$$

wird in dieser Formel $a = \frac{l}{2}$ gesetzt, so wird, (ohne Rücksicht auf die Axialkraft, die, wie oben nachgewiesen, das Biegemoment nur um wenige Procente in Folge Dehnung der Kette ändert):

$$\Delta y_{\frac{l}{2}}' = \frac{Pl^3}{768 E \Theta}.$$

Für die Mitte des frei aufliegenden Balkens ist

$$\Delta y_{\frac{l}{2}} = \frac{Pl^3}{48 E \Theta},$$

die Durchbiegung also das 16fache der obigen des Versteifungsbalkens, wenn in beiden Fällen P, l, Θ dieselben sind. Da Θ beim frei aufliegenden Balken von derselben Spannweite und Belastung viel größer ist als beim Versteifungsbalken, so wird, weil der letztere auch bei Temperaturwechsel Durchbiegungen erleidet, bei beiden Systemen im Ganzen annähernd dieselbe Durchbiegung bei mittleren Verhältnissen eintreten.

Zur Vergleichung diene noch die Formel für die Durchbiegung des flachen elastischen Parabelbogens mit Kämpfergelenken:

$$\Delta y_{\frac{l}{2}} = \frac{Pl^3}{2048 E \Theta} \quad \left(= \frac{3}{8} \Delta y_{\frac{l}{2}}' \right).$$

Die durch gleichmäßig vertheilte Last q per Längeneinheit erzeugte Durchbiegung in x erhält man, indem man in den Gleichungen (77) $P = \int q da$ setzt, wobei, falls x innerhalb der Belastungsstrecke $a_1 a_2$ liegt, das Integral in der Gleichung für $\Delta y_I'$ die Grenzen x und a_2 , in der Gleichung für $\Delta y_{II}'$ die Grenzen a_1 und x hat.

Für gleichmäßig vertheilte Vollbelastung muß bei starrer Kette die Durchbiegung $\Delta y_I' + \Delta y_{II}' = 0$ werden. In der That ergibt die Integration von x bis l und von 0 bis x :

$$\Delta y_I' = - \Delta y_{II}' = \frac{q}{24l^3 E \Theta} (-2x^7 + 7x^6l - 9x^5l^2 + 5x^4l^3 - x^3l^4).$$

Die Durchbiegung in x in Folge Dehnung der Kette bei

Vollbelastung, Temperatur- und Spannweitenänderung ist nach (78):

$$\Delta y'' = \frac{x(2x^2l - x^3 - l^3)}{24nf l^2 E \Theta} \left[qf l^2 (1 - n) - 15 E \Theta \left(\alpha \tau \varepsilon - \frac{\Delta l}{l} \right) \right].$$

Die von der Längenänderung der Kette allein herrührende größte Durchbiegung in der Mitte ist:

bei gleichmässig vertheilter Vollbelastung:

$$\Delta y_{\frac{l}{2}}'' = \frac{25 q \varepsilon l^4}{1024 C f^2 n};$$

bei Temperaturänderung τ :

$$\Delta y_{\frac{l}{2}}'' = \frac{25 l^2 \alpha \tau \varepsilon}{128 n f};$$

bei Spannweitenänderung Δl :

$$\Delta y_{\frac{l}{2}}'' = \frac{25 l \Delta l}{128 n f}.$$

13. Berechnung der Länge des Leitdrahts bei der Kabelherstellung.

Die Länge des Leitdrahts ist mit aller Schärfe so zu bemessen, daß die darnach genau regulirte Länge der Kabeldrähte, bezw. des Kabels thunlichst gleich der mathematischen wird, d. h. daß die Pfeilhöhe des Kabels nach Fertigstellung der Brücke bei mittlerer Temperatur genau die der Berechnung zu Grunde gelegte Gröfse hat. Bei der Bestimmung dieser Länge hat man die Neigung der Kabelebenen gegen die Verticale, die kreisförmige Krümmung der Kabel in den Sätteln, die Abweichung der mittleren Temperatur von derjenigen, bei welcher die Enden des Leitdrahts endgiltig befestigt werden, sowie die Verschiedenheit der elastischen Dehnungen zu berücksichtigen, welche auftreten das eine Mal bei dem frei hängenden Leitdraht, das andere Mal bei wirkendem Eigengewicht der ganzen Konstruktion. Auf dem Leitdraht sind die Punkte, welche auf die Mitte der Sättel kommen, genau zu markiren und hiernach die entsprechenden Punkte auf jedem einzelnen fertig gestellten Strang des Kabels zu bezeichnen und die Stränge in richtige Lage in den Kabelsätteln zu bringen.

Die Länge des Leitdrahts (der parabolischen Axe des Kabels) innerhalb einer Brückenöffnung von der Spannweite l und der Pfeilhöhe f bei gleichhohen Stützpunkten ist:

$$(80) \quad L = \frac{l^2}{8f} \left[\frac{4f}{l} \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f}{l} \right)^2} + \log \text{nat.} \left(\frac{4f}{l} + \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f}{l} \right)^2} \right) \right].$$

Hieraus kann auch die Länge des Parabelbogens bei ungleich hohen Stützpunkten in 2 Theilen (vom Scheitel aus) bestimmt werden.

Eine Näherungsformel, die bei flachen symmetrischen Bögen (jedoch nicht zur Berechnung des Leitdrahts) verwendet werden kann, ist:

$$(81) \quad L = l \left(1 + \frac{8}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{f}{l} \right)^4 \right).$$

Berücksichtigt man nur die beiden ersten Glieder, so erhält man für flache Bögen bei beliebig hohen Stützpunkten:

$$(82) \quad L = \frac{\varepsilon + 1}{2} l.$$

Folgende Tabelle zeigt den Grad der Übereinstimmung der 3 Formeln bei gleichhohen Stützpunkten:

$\frac{f}{l}$	Nach (80) $\frac{L}{l}$	Nach (81) $\frac{L}{l}$	Nach (82) $\frac{L}{l}$
$\frac{1}{6}$	1,06978	1,06862	1,07407
$\frac{1}{7}$	1,05205	1,05176	1,05442
$\frac{1}{8}$	1,04021	1,04010	1,04167
$\frac{1}{9}$	1,03214	1,03194	1,03292
$\frac{1}{10}$	1,02603	1,02603	1,02667
$\frac{1}{20}$	1,006974	1,00663	1,00667
$\frac{1}{50}$	1,0010945	1,00107	1,00107
$\frac{1}{100}$	1,0006500	1,00027	1,00027

Eine annähernde Berechnung der Durchbiegung des Trägers durch Längenänderung der Kette könnte in der Weise geschehen, daß man diese Längenänderung und die etwa dabei auftretende Spannweitenänderung ausrechnet und diese neuen Werthe von L und l in die aus (81) erhaltene Formel

$$f = \frac{l}{\sqrt{96}} \sqrt{20 \pm \sqrt{1840 - 1440 \frac{L}{l}}}$$

einsetzt, wodurch man die neue Pfeilhöhe erhält. Genau ist diese Berechnung nicht, weil die Änderung der Pfeilhöhe sich aus der Form der elastischen Linie des Versteifungsbalkens bestimmt.

Wenn man auf diese Weise für gleichhohe Stützen die Einsenkung Δf rechnet, so ergibt sich bei einer Temperaturzunahme um 40° und $\alpha = 0,000012$ für Eisen ohne Rücksicht auf Spannweitenänderung:

$$\text{Für } \frac{f}{l} = \left(0 = \frac{1}{\infty}\right), \quad \frac{1}{100}, \quad \frac{1}{50}, \quad \frac{1}{20}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{7},$$

$$\frac{\Delta f}{l} = 0,0134 \quad 0,0067 \quad 0,0041 \quad 0,0018 \quad 0,0009 \quad 0,0006.$$

Für den 2. Grenzfall $\frac{f}{l} = \frac{1}{0} = \infty$ wäre:

$$\Delta f = 0,00048 f = \infty.$$

Aus diesen Zahlen erhellt: je größer die Pfeilhöhe im Verhältniß zur Spannweite angenommen wird, desto geringer werden die Hebungen und Senkungen des Kabelscheitels und die Durchbiegungen des Versteifungsbalkens.

II. Hängebrücken mit 3 und mehr zusammenhängenden Öffnungen mit continuirlichen Kabeln (Ketten) und discontinuirlichen Versteifungsbalken.

Die in Fig. 1 und 2 skizzierte Anordnung der Versteifungsträger (discontinuirlich) ist nothwendig, weil bei continuirlichen Trägern durch die Ausdehnung derselben die Hängstangen mehr aus der verticalen Richtung gebracht würden als bei obiger Anordnung. Die Abweichungen von der Verticalen können bei der skizzirten Anordnung vernachlässigt werden, was bei continuirlichen Trägern unter Umständen nicht möglich ist. Auch kann die vorstehende Berechnung nur bei discontinuirlichen Trägern angewendet werden. Die günstigste Vertheilung der festen und beweglichen Auflager ergibt sich aus Fig. 2. Die Spannweiten der einzelnen Öffnungen I, II, III (Fig. 1) seien l_1, l_2, l_3 , die Pfeilhöhen der parabolischen Kabel f_1, f_2, f_3 , die Höhenunterschiede der Kabelstützpunkte der Öffnungen I und III seien k_1 und k_3 . Die Pylonen seien gleich hoch (oder $k_2 = 0$) und die Pfeilhöhen der Kabel so bestimmt, daß bei der mittleren Temperatur τ^0 und bei gleichmäßig über die ganze Brücke vertheilter mobiler Be-

lastung, (oder bei Eigenlast allein) der Horizontalschub in allen 3 Öffnungen der gleiche ist, auch wenn die Kabelsättel auf den Pylonen unbeweglich wären.

Sobald nun die Temperatur τ^0 wechselt, so ergeben sich bei nicht congruenten Kabelcurven und Versteifungsbalken ungleiche Änderungen des Horizontalschubs in den 3 Öffnungen, wie aus (9) und (12) hervorgeht. Hierdurch entstehen Bewegungen der Kabelsättel (Spannweitenänderungen), vorausgesetzt daß die durch Temperaturwechsel erzeugte Differenz der Werthe von H in 2 benachbarten Öffnungen groß genug ist, um die Reibung im Rollenlager auf der betreffenden Pylone zu überwinden.

Dasselbe ist der Fall bei jeder Änderung der Belastung in den 3 Öffnungen. Auch hier treten Spannweitenänderungen auf, um die Werthe von H in den verschiedenen Öffnungen auszugleichen.

Die Aufgabe ist nun, mit Rücksicht auf die Bewegung der Kabelsättel den Horizontalschub in sämtlichen Öffnungen bei beliebiger Belastung und Temperatur zu bestimmen, und daraus die Grenzwerte der in Kette und Versteifungsbalken wirkenden Kräfte zu berechnen.

Zur Vereinfachung vernachlässigen wir die geringfügige, der Bewegung der Kabelsättel entgegenwirkende Reibung mit Rücksicht darauf, daß man schon aus ökonomischen Gründen (Verminderung des Materialaufwandes für die Pylonen) den Rollendurchmesser der Kabelaufleger so wählt, daß sich die Reibung bei Stahlpendeln und Stahlplatten auf $\frac{1}{300}$ bis $\frac{1}{500}$ des verticalen Auflagerdrucks vermindert.

Bei Balkenviaducten bleibt gewöhnlich die Reibung in den beweglichen Auflagern unberücksichtigt, mit demselben Recht kann dies hier auch geschehen. (Die Reibung ist übrigens auch leicht zu berücksichtigen.)

In jedem Belastungsfall und bei jeder Temperatur wird somit eine vollständige Ausgleichung der 3 Werthe von H durch Änderung der Spannweiten vorausgesetzt.

a) Einfluss einer beliebigen Belastung auf den Horizontalschub.

Die Brücke (Fig. 1) sei zunächst nur durch das Eigengewicht p per Längeneinheit belastet gedacht, wobei der Horizontalschub in allen 3 Öffnungen gleich H_p . Alsdann wirke irgend eine mobile Belastung P_1 in Öffnung I, während sich an der Belastung von II und III nichts ändert. Diese Belastung würde, wenn der Kabelsattel 1 fest wäre,

in I einen nach dem Früheren zu berechnenden Horizontalschub H_{P_1} erzeugen. Während in II und III der Horizontalschub H_p nicht geändert würde, wäre derselbe in I: $H_p + H_{P_1}$.

Es treten jedoch in Folge der Belastung in I die Änderungen $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ der 3 Spannweiten ein, wodurch der Horizontalschub in I, II, III um $H_{\Delta l_1}, H_{\Delta l_2}, H_{\Delta l_3}$ geändert wird.

Da nach der Bewegung der Kabelsättel der neue Werth des Horizontalschubs, den wir gleich $H_p + H_P$ setzen, überall der gleiche sein muß, so ist:

$$(83) \quad H_P = H_{P_1} + H_{\Delta l_1} = H_{\Delta l_2} = H_{\Delta l_3}.$$

Mit Rücksicht darauf, daß die Verankerungspunkte fest sind, ist:

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0.$$

Aus (83) mit (13):

$$(84) \quad H_{P_1} + \frac{15 E \Theta_1}{8 f_1^2} \frac{\Delta l_1}{l_1} = \frac{15 E \Theta_2}{8 f_2^2} \frac{\Delta l_2}{l_2},$$

$$(85) \quad H_{P_1} + \frac{15 E \Theta_1}{8 f_1^2} \frac{\Delta l_1}{l_1} = \frac{15 E \Theta_3}{8 f_3^2} \frac{\Delta l_3}{l_3}.$$

Zur Bestimmung der 3 Unbekannten $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ dienen (83), (84), (85), man erhält:

$$(86) \quad \begin{cases} \Delta l_1 = - \left(\frac{\Theta_2}{l_2 f_2^2} + \frac{\Theta_3}{l_3 f_3^2} \right) \frac{8 H_{P_1}}{15 E N}, \\ \Delta l_2 = \frac{\Theta_3}{l_3 f_3^2} \frac{8 H_{P_1}}{15 E N}, \\ \Delta l_3 = \frac{\Theta_2}{l_2 f_2^2} \frac{8 H_{P_1}}{15 E N}, \end{cases}$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$(87) \quad N = \frac{\Theta_1 \Theta_2}{l_1 l_2 f_1^2 f_2^2} + \frac{\Theta_2 \Theta_3}{l_2 l_3 f_2^2 f_3^2} + \frac{\Theta_3 \Theta_1}{l_3 l_1 f_3^2 f_1^2}.$$

Mit einem der Werthe (86) liefert (84) oder (85)

$$(88) \quad H_P = \frac{\Theta_2 \Theta_3 H_{P_1}}{l_2 l_3 f_2^2 f_3^2 N} = \frac{\Theta_2 \Theta_3 l_1 f_1^2 H_{P_1}}{\Theta_1 \Theta_2 l_3 f_3^2 + \Theta_2 \Theta_3 l_1 f_1^2 + \Theta_1 \Theta_3 l_2 f_2^2}.$$

Setzt man in (88)

$$(89) \quad n_1 = \frac{\Theta_2 \Theta_3}{l_2 l_3 f_2^2 f_3^2 N},$$

so ist:

$$(90) \quad H_P = n_1 H_{P_1}.$$

Der durch eine beliebige Belastung von I in sämtlichen Öffnungen der continuirlichen Brücke erzeugte Horizontalschub ist also ein constanter Bruchtheil des Hori-

zontalschubs bei derselben Belastung in der discontinuirlich gedachten Öffnung I, da sich der Zahlenwerth n_1 (wie aus (87) ersichtlich, ist n_1 stets ein echter Bruch) nur aus den Dimensionen der Brücke bestimmt.

Sind gleichzeitig alle 3 Öffnungen beliebig belastet, so hat man:

$$(91) \quad H_P = n_1 H_{P_1} + n_2 H_{P_2} + n_3 H_{P_3},$$

worin, wenn beispielsweise II unbelastet ist, $H_{P_2} = 0$ ist.

Analog (89) ist:

$$(92) \quad n_2 = \frac{\Theta_1 \Theta_3}{l_1 l_3 f_1^2 f_3^2 N} \quad \text{und} \quad n_3 = \frac{\Theta_1 \Theta_2}{l_1 l_2 f_1^2 f_2^2 N}.$$

Aus (87), (89) und (92):

$$n_1 + n_2 + n_3 = \frac{N}{N} = 1.$$

Wenn, wie in Fig. 1 die Aufsenöffnungen beträchtlich kleiner sind als die Mittelöffnung, so erhalten f_1 und f_3 kleine Werthe gegenüber f_2 , wodurch nach (89) und (92) sich kleine Werthe von n_1 und n_3 im Vergleich mit n_2 ergeben. Die Berechnung einer Straßenbrücke von 10,4 m Breite und 63 m, 147 m und 63 m Spannweite ergab z. B.: $n_1 = n_3 = 0,00757$, $n_2 = 0,98486$ auf Grund der Werthe $f_1 = f_3 = 3,30$ m und $f_2 = 21,0$ m, $\Theta_1 = \Theta_3 = 0,36$ und $\Theta_2 = 0,26$ (in Metern), wobei die grösste zulässige Anstrengung des Materials des Versteifungsträgers $s' = 580$ kg per qcm festgesetzt wurde, und die Verkehrsbelastung $q = 440$ kg per qm Brückenbahn bei Berechnung der Versteifungsträger zu Grunde gelegt ist. Da n_2 nahezu $= 1$, so erhält der Versteifungsträger der Mittelöffnung dieser Brücke nahezu dieselben Dimensionen, wie wenn die Aufsenöffnungen nicht vorhanden wären. Bei ähnlichem Spannweiteverhältniss kann man demnach für die erste Berechnung von n_1, n_2, n_3 einen Näherungswerth von Θ_2 zu Grunde legen, der aus (38) zu berechnen ist (mit l_1 statt $l_1 \sec \varphi_1$ und l_3 statt $l_2 \sec \varphi_2$, was für diesen Zweck genügt).

Bei der erwähnten Brücke ergab sich als vortheilhafte Höhe des Versteifungsträgers in der Mitte der Aufsenöffnungen 4,5 m, in der Mittelöffnung 2,8 m. Der Träger in den Aufsenöffnungen kann deshalb höher als in der Mittelöffnung gemacht werden, und die Höhe desselben gegen die Auflager hin abnehmen, weil der Temperatureinfluss auf die Biegemomente in den Aufsenöffnungen viel geringer ist, als in der Mittelöffnung.

Aus der folgenden Gleichung (93) und den Figuren 14 und 15 ergibt sich auch, dass bei einem kleinen Werth von n in einer

gewissen Brückenöffnung (z. B. den Aufsenöffnungen der obenerwähnten Brücke) annähernd $M_x = (M_x)$, $V_x = (V_x)$ wird. Die pos. max. M_q treten in diesem Falle ein bei Vollbelastung der betreffenden Öffnung, die neg. max. M_q bei Vollbelastung der übrigen Öffnungen. Die sonst innerhalb der Öffnung fallenden Belastungsscheiden für max. M_q verschwinden.

Für max. V_q ist nur der betreffende Querschnitt selbst die Belastungsscheide, die sonst vorkommenden Belastungsscheiden verschwinden ebenfalls.

Das Verschwinden der Belastungsscheiden für M_q und V_q tritt ein für $n \leq \frac{1}{3}$, wie sich leicht aus dem nachfolgend erläuterten graphischen Verfahren zur Bestimmung der max. M_q und max. V_q bei der continuirlichen Brücke ergibt.

Natürlich ist auch hier wieder das durch eine beliebige Belastung P_1 in Öffnung I im Querschnitt x erzeugte Biegemoment des Versteifungsbalkens I:

$$M_P = (M_{P_1}) - H_P Y,$$

wo (M_{P_1}) das durch die Belastung P_1 hervorgerufene Biegemoment im Querschnitt x des frei aufliegend gedachten Balkens I bedeutet. Die in den übrigen Öffnungen durch diese Belastung erzeugten Biegemomente sind negativ und allgemein $= -H_P Y$.

Für einen Querschnitt x in der Öffnung I wird nach (1), (14), (90) das durch eine bei a angreifende Einzellast P in I erzeugte Biegemoment,

$$\text{wenn } a > x : M_x = \frac{Px}{l_1} (l_1 - a) - n_1 \frac{3}{4f_1 l_1} Pa (l_1 - a) Y,$$

$$,, \quad a < x : M_x = \frac{P(l_1 - x)}{l_1} a - n_1 \frac{3}{4f_1 l_1} Pa (l_1 - a) Y;$$

hieraus

$$(93) \quad \begin{cases} \text{für } a > x : \frac{M_x}{Y} = \frac{Pl_1(l_1 - a)}{4f_1(l_1 - x)} - n_1 \frac{3}{4f_1 l_1} Pa (l_1 - a), \\ ,, \quad a < x : \frac{M_x}{Y} = \frac{Pl_1 a}{4f_1 x} - n_1 \frac{3}{4f_1 l_1} Pa (l_1 - a), \end{cases}$$

wo x und a von einem Stützpunkt aus in demselben Sinn gemessen.

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich, daß zur Bestimmung der durch Lasten erzeugten Biegemomente bei der **continuirlichen** Hängebrücke genau dasselbe graphische Verfahren anwendbar ist, wie bei der Hängebrücke mit **einer** Öffnung. Man hat nur bei Belastung von Öffnung I z. B. statt der Curve für das durch eine Einzellast

$P = 1$ erzeugte H_{P_1} die Curve $n_1 H_{P_1}$ aufzutragen, bei Anwendung der Näherungsformel (14) ebenfalls eine Parabel, deren Ordinaten im Verhältniß $n_1 : 1$ kleiner sind als die der Curve H_{P_1} . Alles Andere bleibt unverändert.

Die positiven Biegemomente in Öffnung I werden durch eine Belastung der letzteren größer bei der continuirlichen Brücke als sie sein würden bei der als discontinuirlich gedachten Öffnung I. Zur Bestimmung der Grenzwerte von M_P ergeben sich wieder bei dem graphischen Verfahren die Belastungsscheiden sofort, jedoch entsprechend anders als früher wegen der veränderten H -Curve. Das größte positive Moment eines Querschnitts x einer beliebigen Öffnung wird in derselben Weise bestimmt wie früher; dasselbe tritt ein bei der durch die neuen Belastungsscheiden bestimmten ungünstigsten partiellen Belastung der betreffenden Öffnung selbst, während die beiden andern unbelastet bleiben.

Das größte negative Moment entsteht bei ungünstigster partieller Belastung der den Querschnitt enthaltenden Öffnung bei gleichzeitiger Vollbelastung der beiden andern, wo unter Vollbelastung diejenige Belastung verstanden ist, welche in den Öffnungen das größte H erzeugt, also bei Radlastzügen die schwersten Lasten links und rechts um die Mitte der Spannweite gruppiert.

Es gilt somit, wie leicht ersichtlich, allgemein für beliebig viele Öffnungen einer continuirlichen Hängebrücke der Satz: Das positive Maximalmoment eines Querschnitts irgend einer Öffnung ist bei gleichmäßig vertheilter mobiler Belastung numerisch gleich dem negativen Maximalmoment, weil die Belastungen, welche die beiden Grenzwerte erzeugen, sich zur Vollbelastung der ganzen Brücke ergänzen, letztere aber das Moment „Null“ erzeugt.

Wie in jedem einzelnen Fall zu verfahren ist, geht aus dem Früheren vollständig hervor.

Auch hier leistet jenes graphische Verfahren gute Dienste bezüglich der Vereinfachung der Berechnung. Man hat für die Constanten n_1, n_2, n_3 Näherungswerte zu berechnen, nachdem eine erste, auf Grund der Annahme fester Kabelsättel durchgeführte Rechnung genäherte Werte von $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ geliefert hat. Nun werden mit Hilfe von n_1, n_2, n_3 die Biegemomente berechnet; aus den letzteren und den angenommenen Trägerhöhen ergeben sich neue Werte von

$\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$, welche von den zuerst angenommenen verschieden sind. Durch geeignete Korrektur der neu gewonnenen Werthe erzielt man durch wiederholte Berechnung der Werthe von n und Θ eine Übereinstimmung der angenommenen und der schliesslich berechneten Werthe.

Das über die Bestimmung der Grenzwerte der Momente Gesagte ist unmittelbar auf die Verticalkräfte anwendbar, auch hier wird die Curve der H eine andere, während die Hyperbeln bleiben.

b) Einfluss einer Temperaturänderung auf den Horizontalschub.

Die Temperaturänderung τ allein erzeuge die aus (9) oder (12) zu berechnenden Werthe $H_{\tau_1}, H_{\tau_2}, H_{\tau_3}$ des Horizontalschubs in den verschiedenen, zunächst mit unveränderlichen Spannweiten gedachten Öffnungen.

Wegen der Beweglichkeit der Kabelsättel treten durch Temperaturänderung allein wieder neue Spannweitenänderungen $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ der verschiedenen Öffnungen ein, wodurch sich jene Werthe $H_{\tau_1}, H_{\tau_2}, H_{\tau_3}$ des Horizontalschubs um $H_{\Delta l_1}, H_{\Delta l_2}, H_{\Delta l_3}$ ändern, und in allen Öffnungen der gleiche Horizontalschub H_τ entsteht. Es ist:

$$(94) \quad H_\tau = H_{\tau_1} + H_{\Delta l_1} = H_{\tau_2} + H_{\Delta l_2} = H_{\tau_3} + H_{\Delta l_3};$$

mit

$$H_{\tau_1} + H_{\Delta l_1} = -\frac{15 E \Theta_1}{8 f_1^2} \left(\alpha \tau \varepsilon_1 - \frac{\Delta l_1}{l_1} \right)$$

wird aus (94)

$$(95) \quad \Delta l_1 = \alpha \tau l_1 \varepsilon_1 + H_\tau \frac{8}{15 E} \frac{f_1^2 l_1}{\Theta_1}.$$

Δl_2 und Δl_3 ergeben sich analog durch Änderung der Indices. Da nun wieder

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0,$$

(wenn die geringe Längenänderung der Ankerketten vernachlässigt wird), so wird mit (95)

$$0 = \alpha \tau (l_1 \varepsilon_1 + l_2 \varepsilon_2 + l_3 \varepsilon_3) + \frac{8 H_\tau}{15 E} \frac{f_1^2 l_1 \Theta_2 \Theta_3 + f_2^2 l_2 \Theta_1 \Theta_3 + f_3^2 l_3 \Theta_1 \Theta_2}{\Theta_1 \Theta_2 \Theta_3},$$

$$(96) \quad H_\tau = -\frac{15 E \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3 \alpha \tau (l_1 \varepsilon_1 + l_2 \varepsilon_2 + l_3 \varepsilon_3)}{8 (f_1^2 l_1 \Theta_2 \Theta_3 + f_2^2 l_2 \Theta_1 \Theta_3 + f_3^2 l_3 \Theta_1 \Theta_2)},$$

hieraus mit (95)

$$(97) \quad \Delta l_1 = \alpha \tau l_1 \varepsilon_1 - \alpha \tau f_1^2 \Theta_2 \Theta_3 \frac{l_1 \varepsilon_1 + l_2 \varepsilon_2 + l_3 \varepsilon_3}{f_1^2 l_1 \Theta_2 \Theta_3 + f_2^2 l_2 \Theta_1 \Theta_3 + f_3^2 l_3 \Theta_1 \Theta_2}.$$

Δl_2 und Δl_3 erhält man einfach durch Vertauschung der Indices. Der Bruch in (97) ist constant.

Zu demselben Resultat kommt man durch folgende Betrachtung: Würde sich die Temperatur nur in der ersten Öffnung um τ^0 ändern, so würde der Horizontalschub in allen 3 Öffnungen $= n_1 H_{\tau_1}$, bei derselben Temperaturänderung in Öffnung II allein ist der Horizontalschub $n_2 H_{\tau_2}$, bei Temperaturänderung in Öffnung III allein $n_3 H_{\tau_3}$.

Bei gleichzeitiger Änderung in allen 3 Öffnungen

$$H_{\tau} = n_1 H_{\tau_1} + n_2 H_{\tau_2} + n_3 H_{\tau_3}.$$

Zur numerischen Rechnung bequemer ist:

$$H_{\tau} = - \frac{15 E \Theta_1 \alpha \tau}{8 l_1 f_1^2} n_1 (l_1 \varepsilon_1 + l_2 \varepsilon_2 + l_3 \varepsilon_3) = - \frac{15 E \Theta_1 \Theta_2 \Theta_3 \alpha \tau (l_1 \varepsilon_1 + l_2 \varepsilon_2 + l_3 \varepsilon_3)}{8 N l_1 l_2 l_3 f_1^2 f_2^2 f_3^2}$$

Hieraus berechnen sich wieder die durch Temperaturwechsel hervorgerufenen Biegemomente und Vertikalkräfte wie früher.

Für eine beliebige Anzahl von Brückenöffnungen kann die Berechnung leicht aus dem Vorstehenden abgeleitet werden. Die genaue Berechnung der absoluten Grenzwerte der Biegemomente und Vertikalkräfte unterliegt keinen Schwierigkeiten mehr.

Wie die größten Spannweitenänderungen bei mehreren Öffnungen sich berechnen, ergibt sich ebenfalls aus dem Bisherigen unmittelbar:

Z. B. Die größte Spannweitenänderung Δl_1 der Öffnung I ergibt sich bei Belastung der Öffnungen II, III etc., während I unbelastet ist und gleichzeitig die größte Temperaturerhöhung eintritt.

Bei der vom Verfasser berechneten, oben erwähnten projektirten Rheinbrücke von 80, 209 und 90 m Spannweite beträgt die größte Änderung der Spannweite der I. Öffnung ca. 80 mm.

1840
The first of the year was a very dry one
and the crops were much injured by the
drought. The wheat was particularly
affected and the yield was very small.
The corn was also much injured and
the yield was very small. The
cattle and sheep were also much
affected and the yield was very small.
The first of the year was a very dry one
and the crops were much injured by the
drought. The wheat was particularly
affected and the yield was very small.
The corn was also much injured and
the yield was very small. The
cattle and sheep were also much
affected and the yield was very small.

Fig.1.

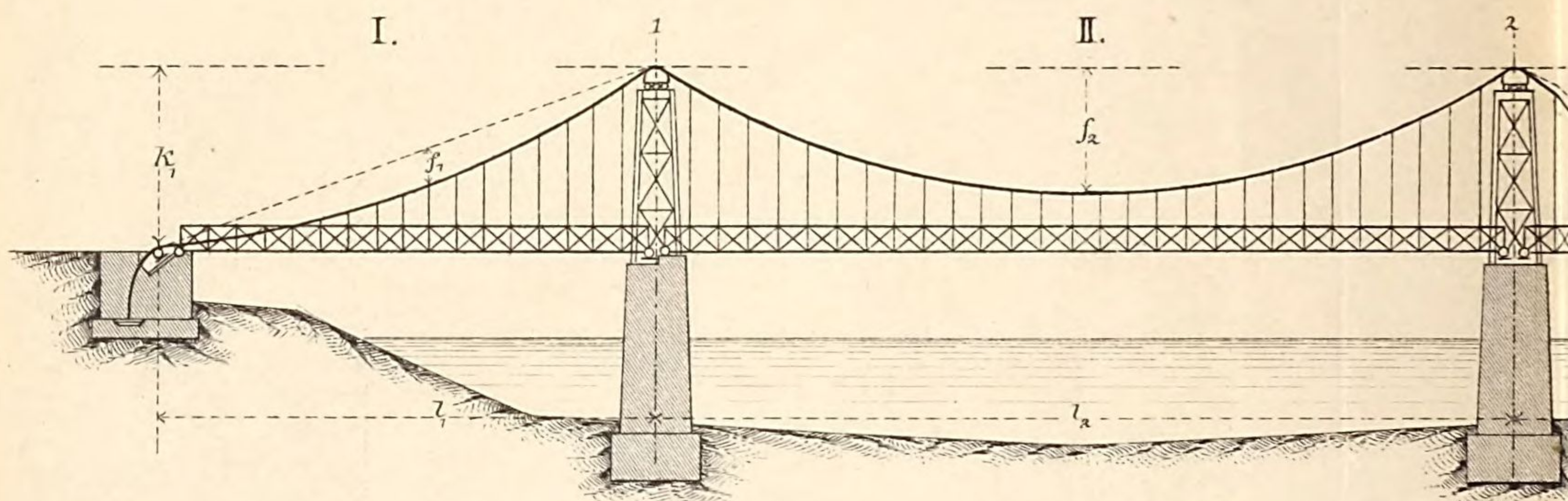


Fig.2.

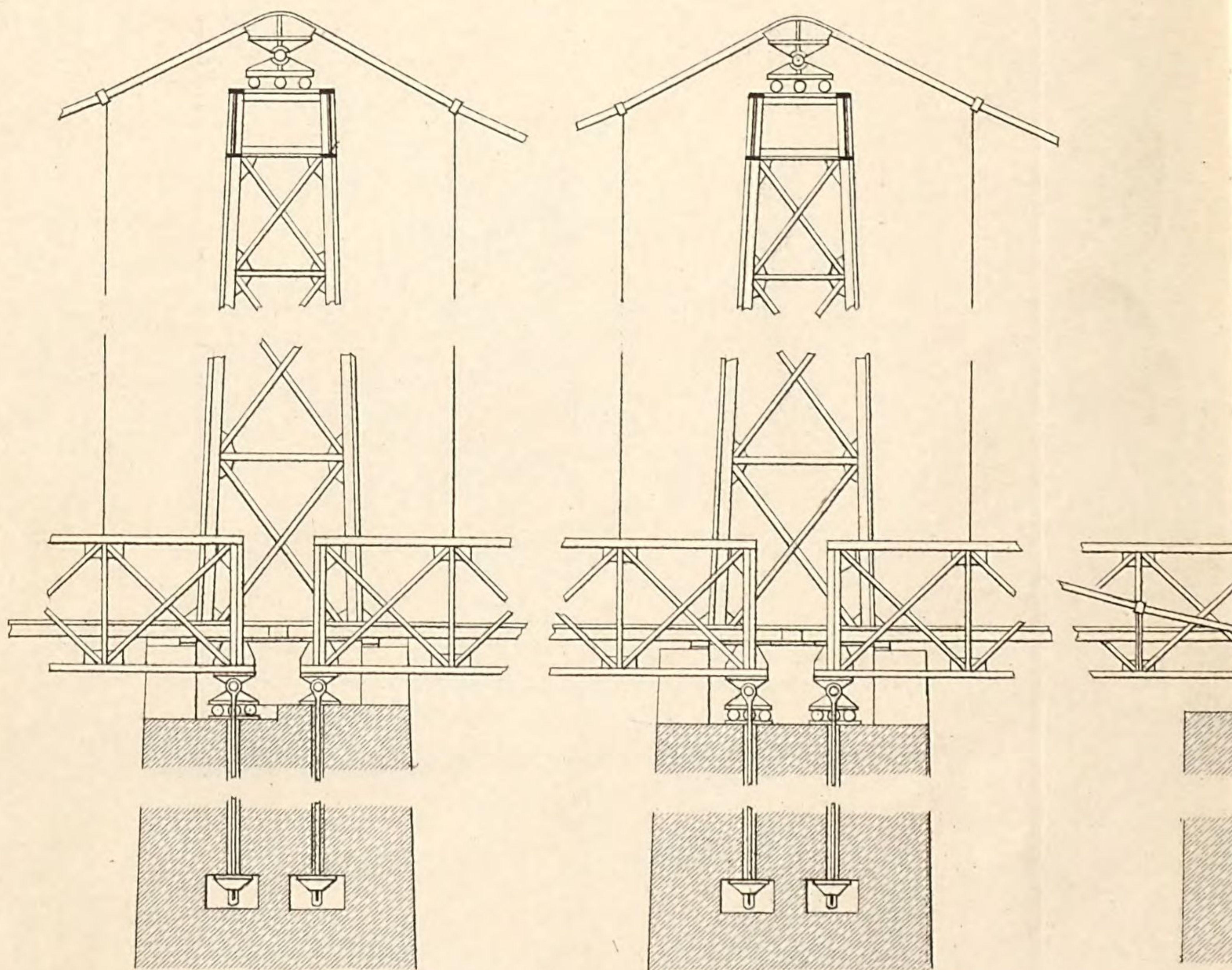


Fig.3.

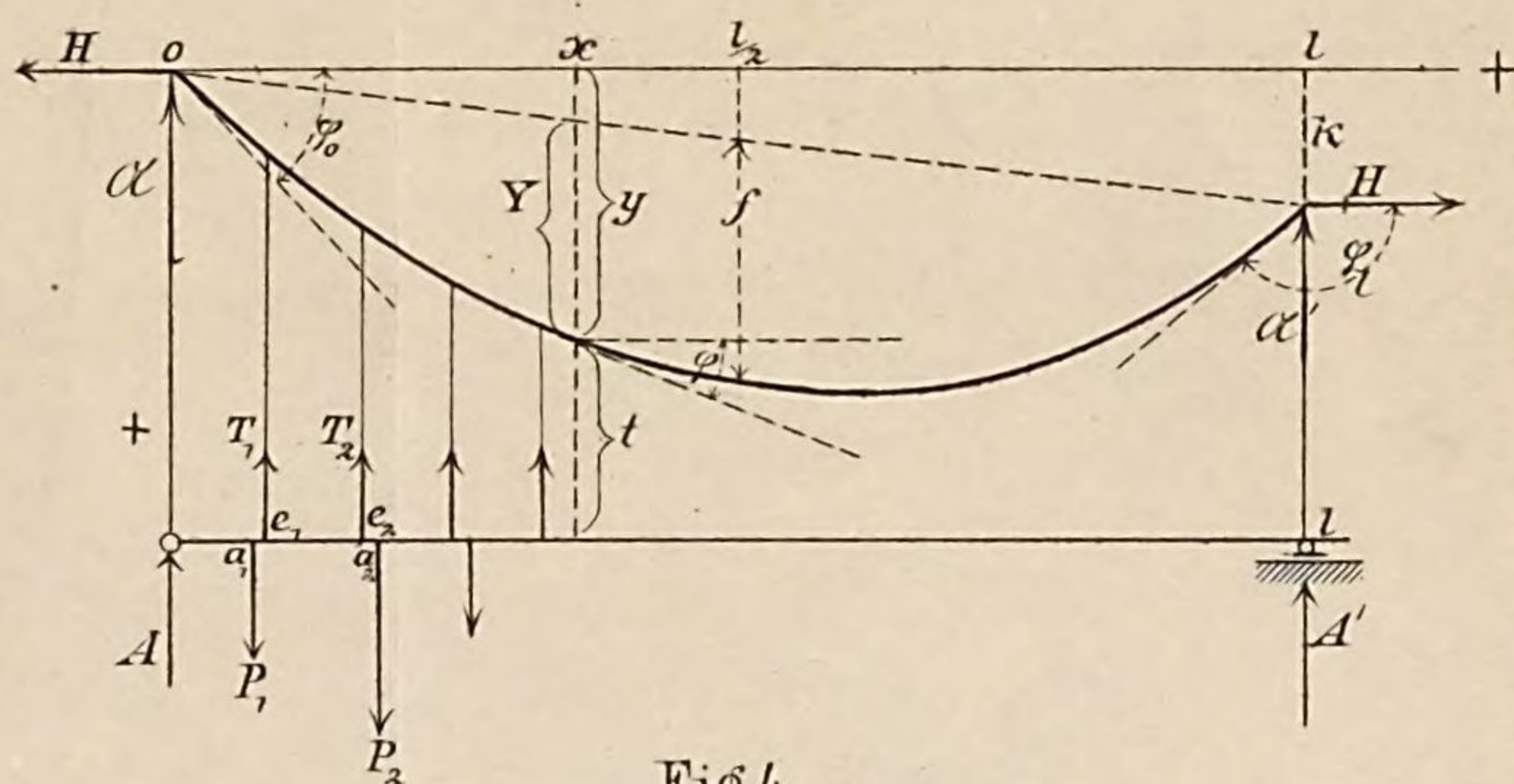
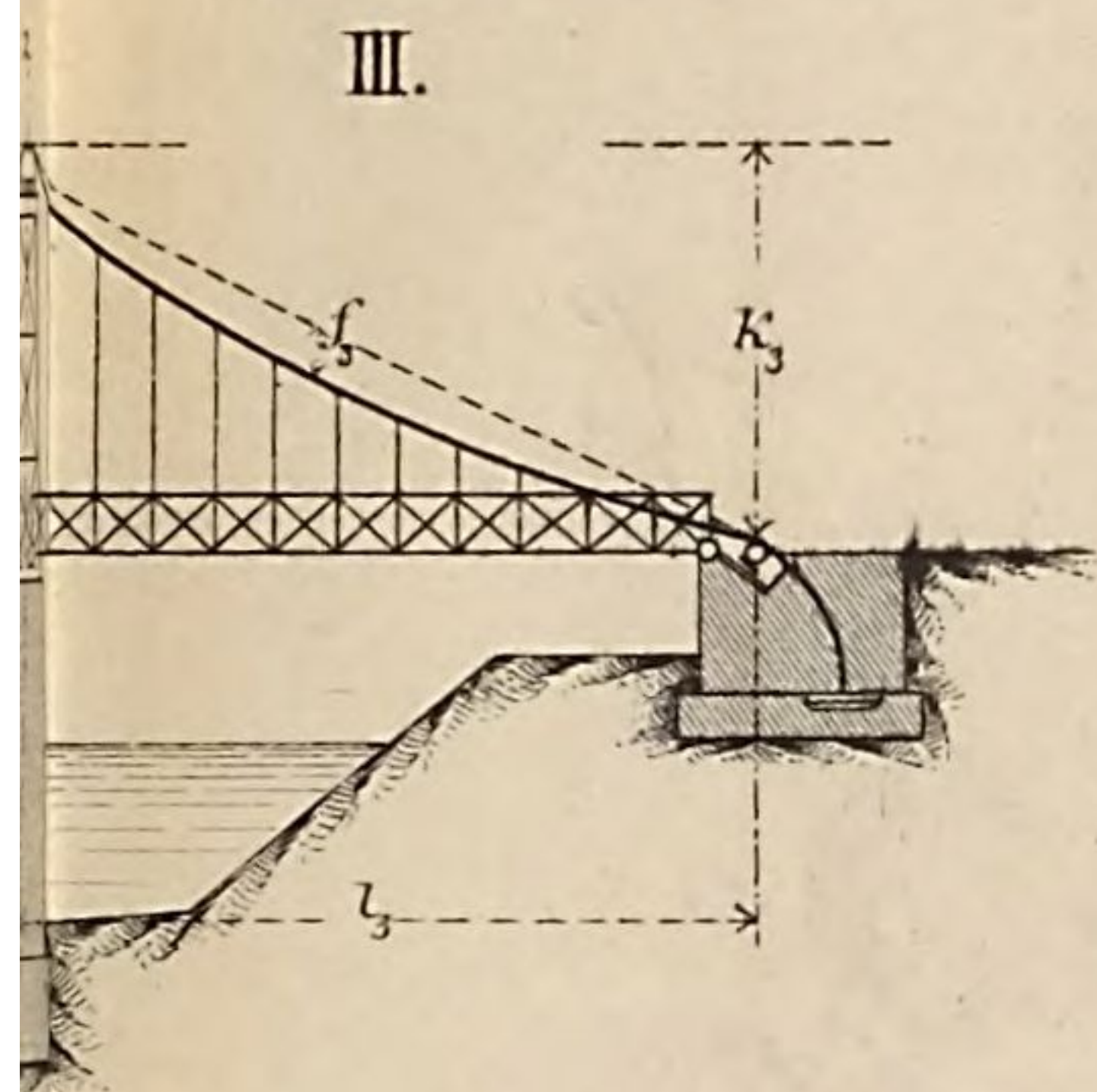


Fig.4.

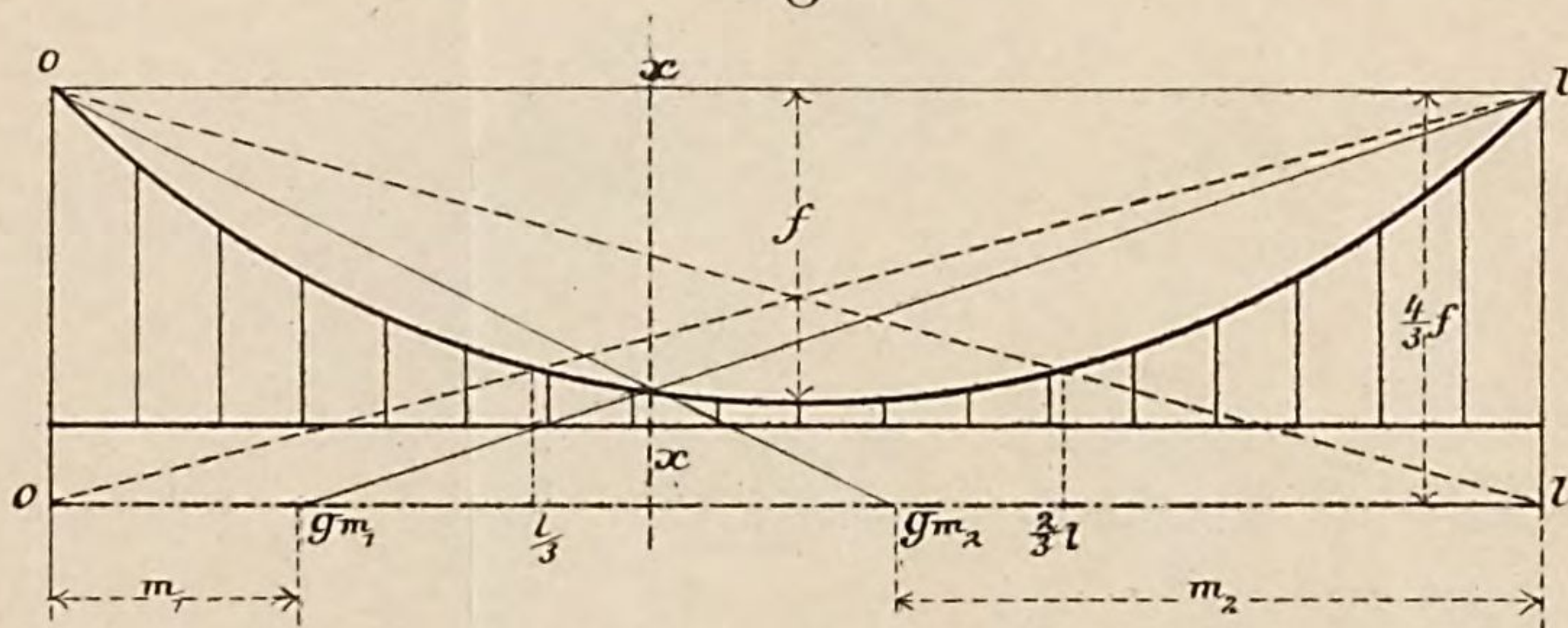


Fig.5.

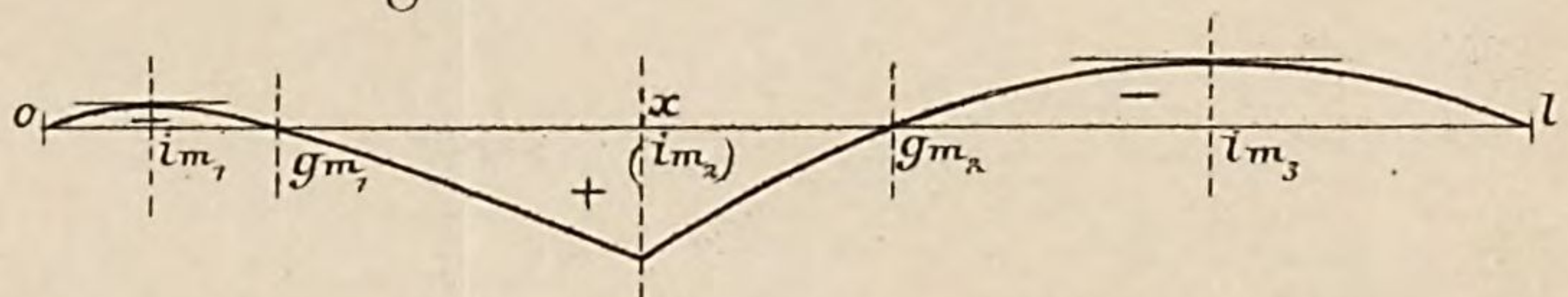


Fig.6.

pos max M

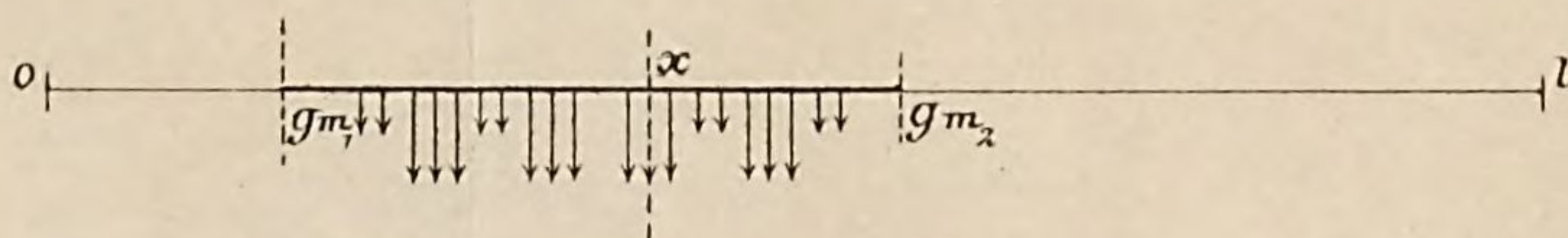


Fig.7.

neg max M

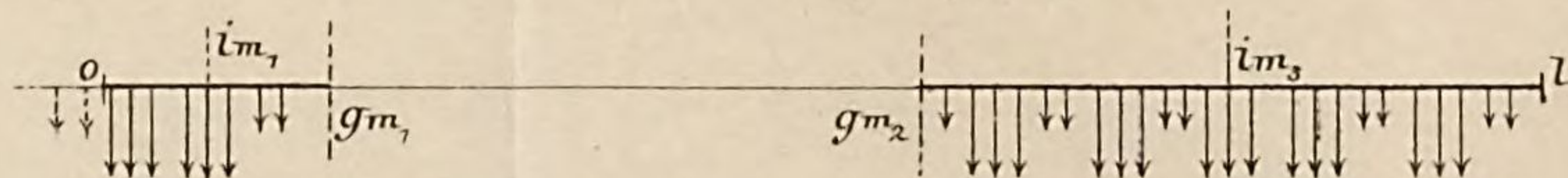


Fig. 8.

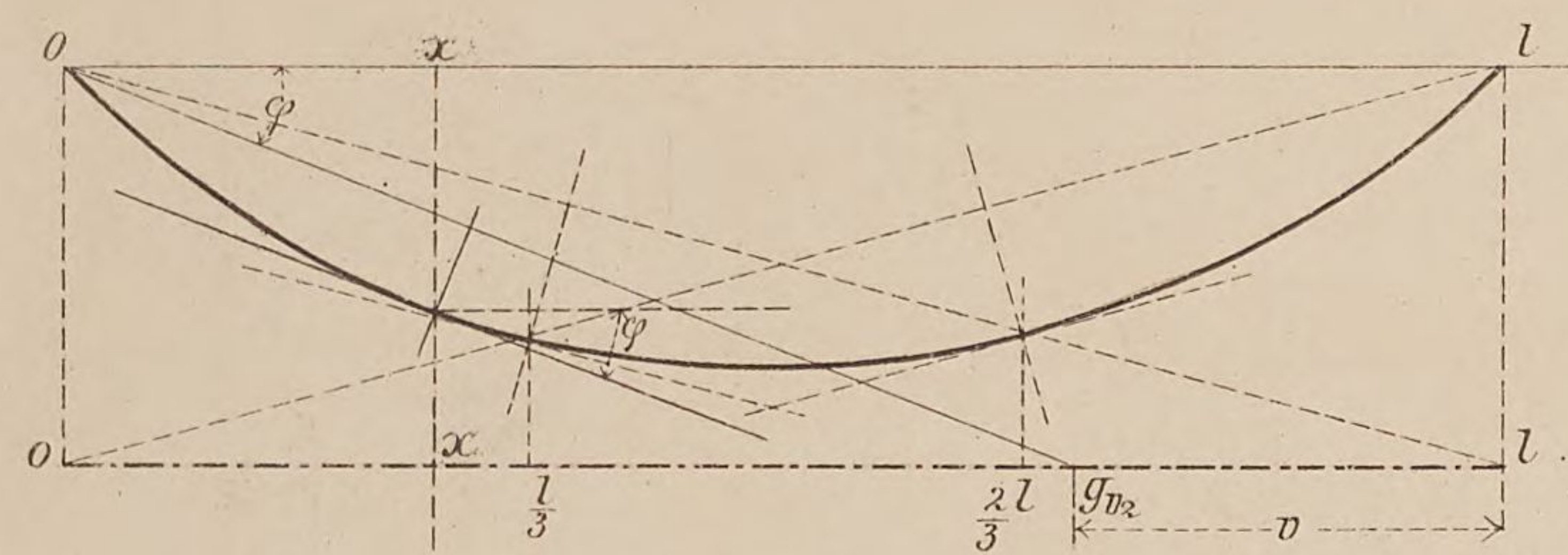


Fig. 9.

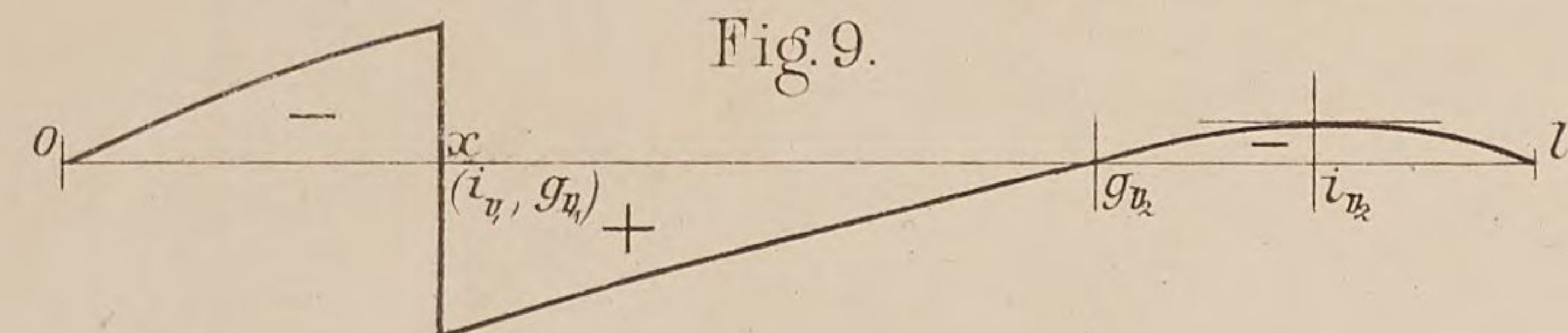


Fig. 10.

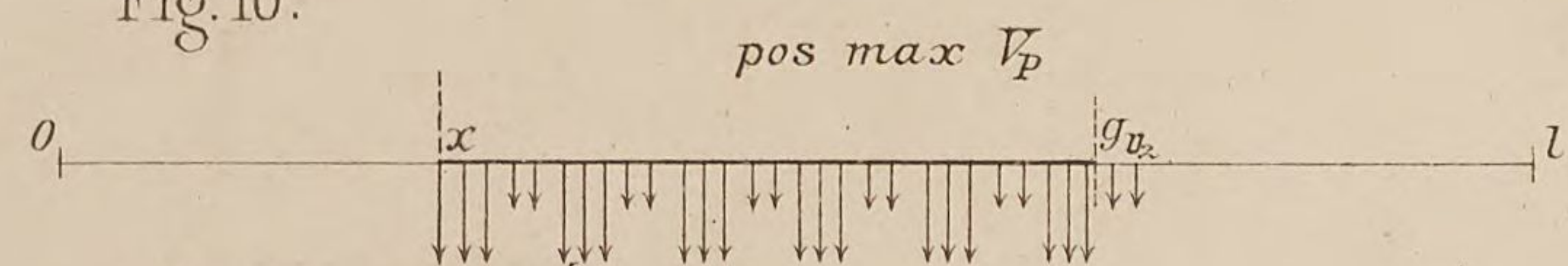


Fig. 11.

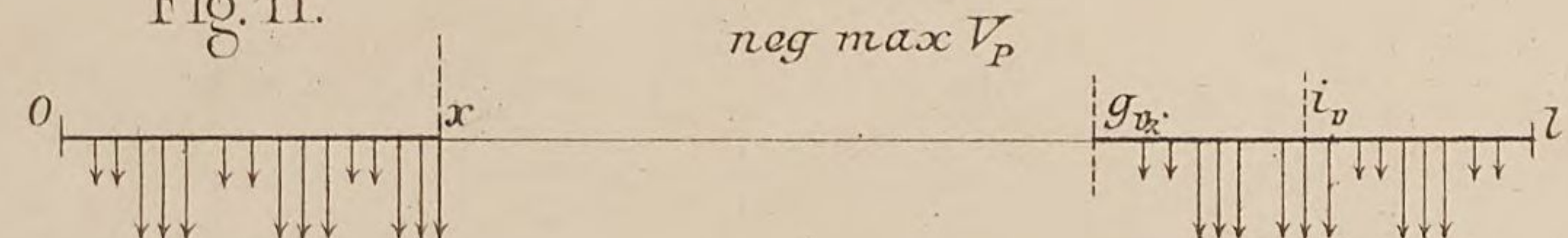


Fig. 12.

Maximal-Biegunsmomente.

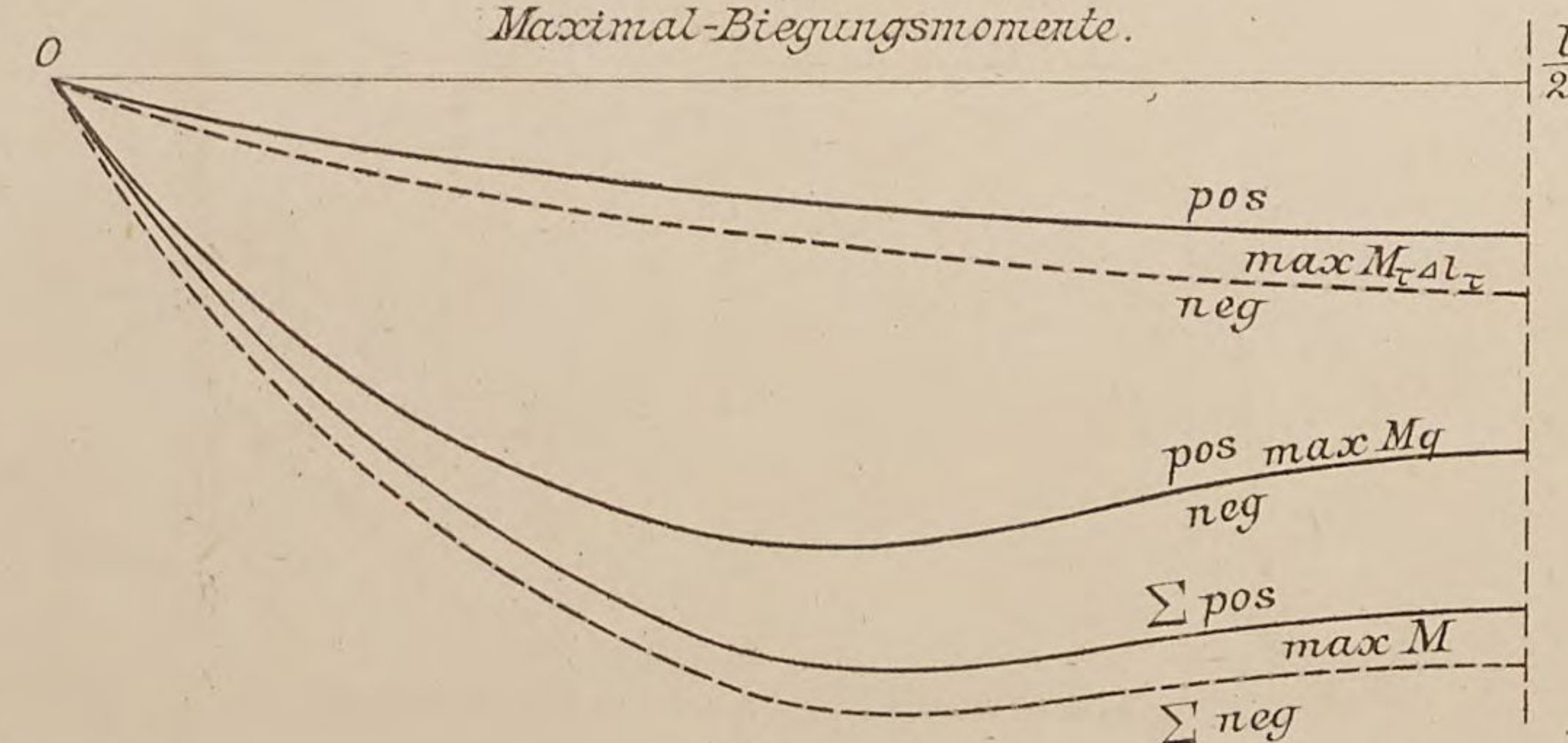


Fig. 13.

Maximal-Vertikalkräfte.

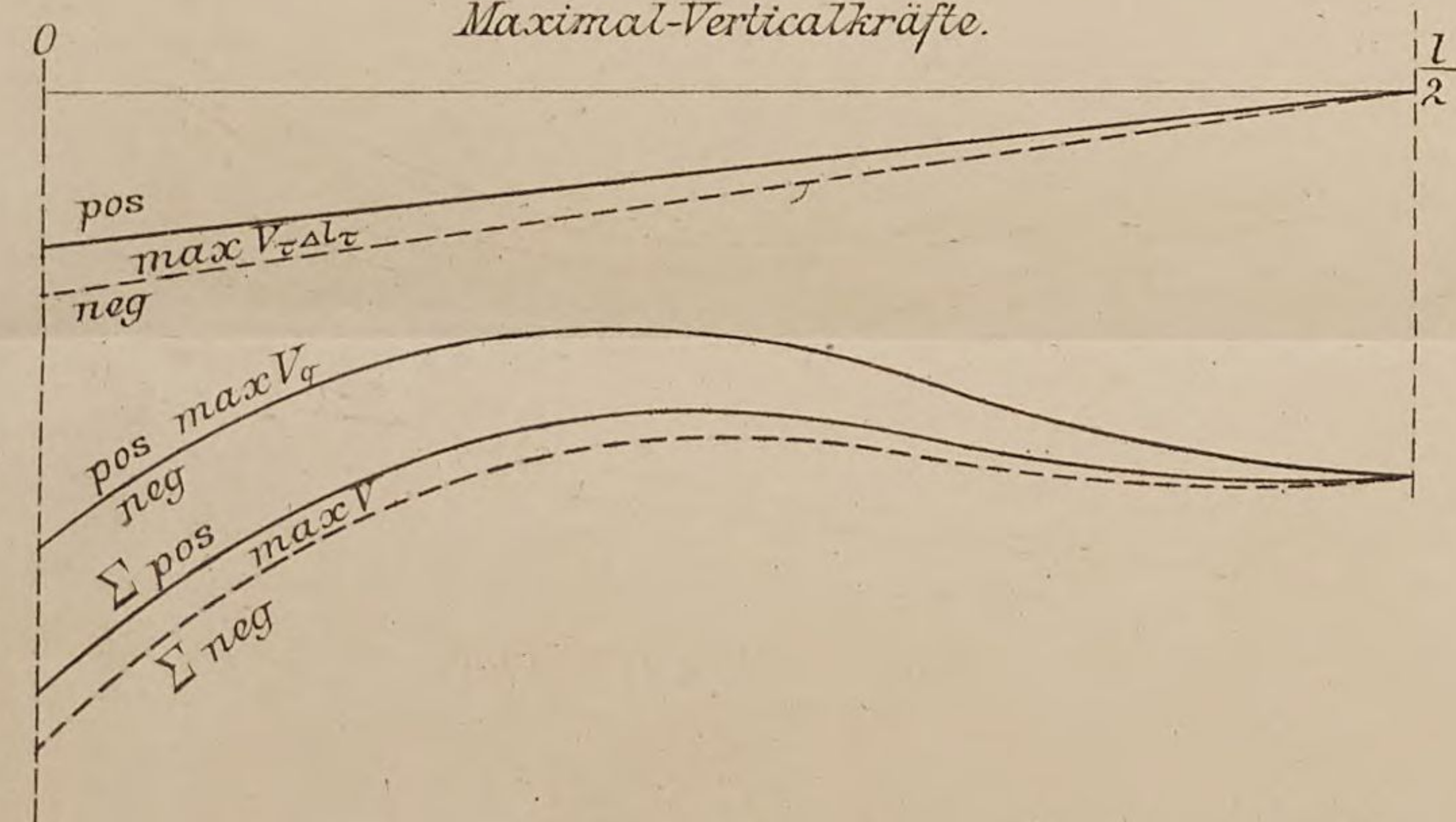


Fig. 14.

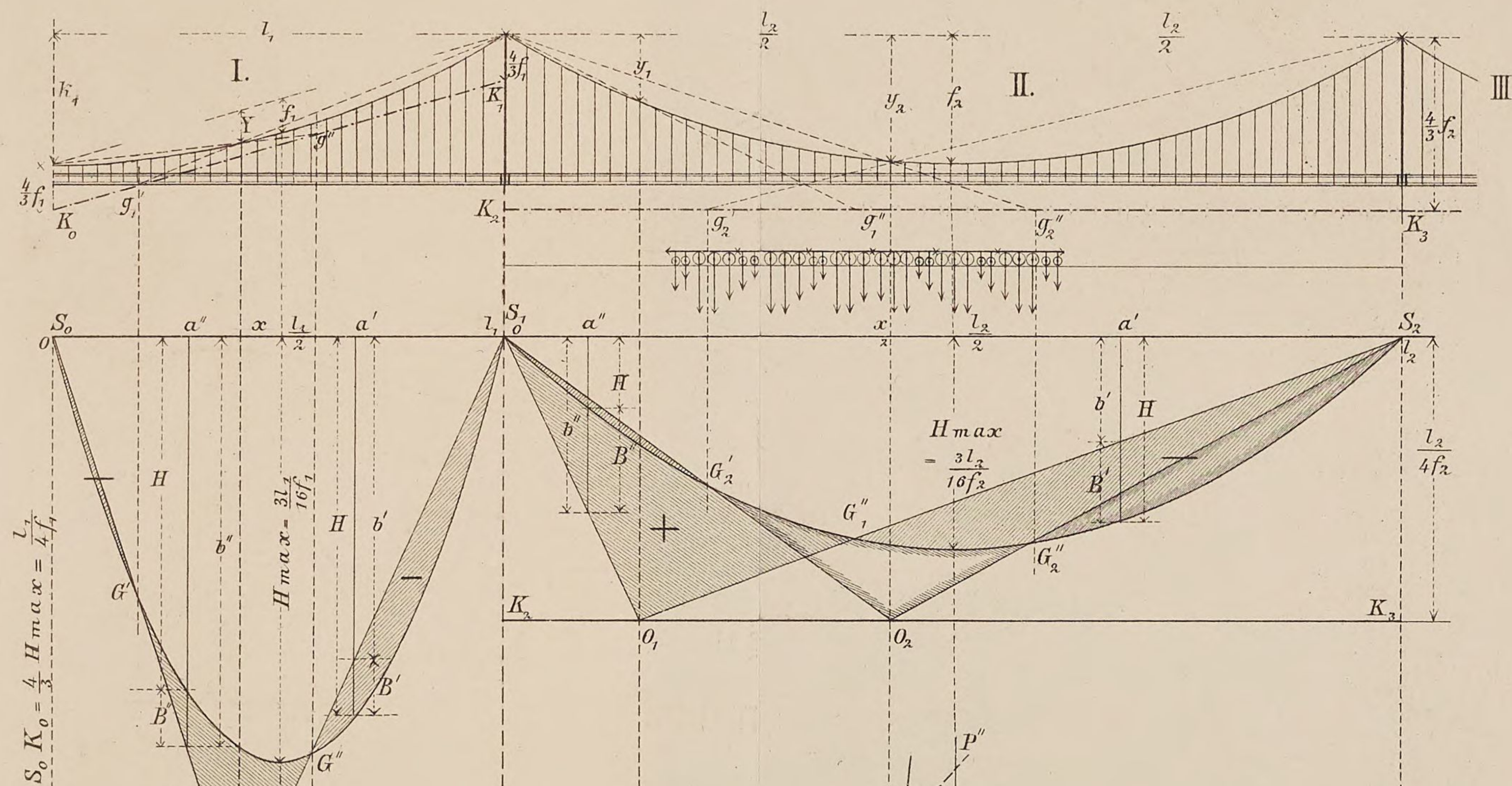
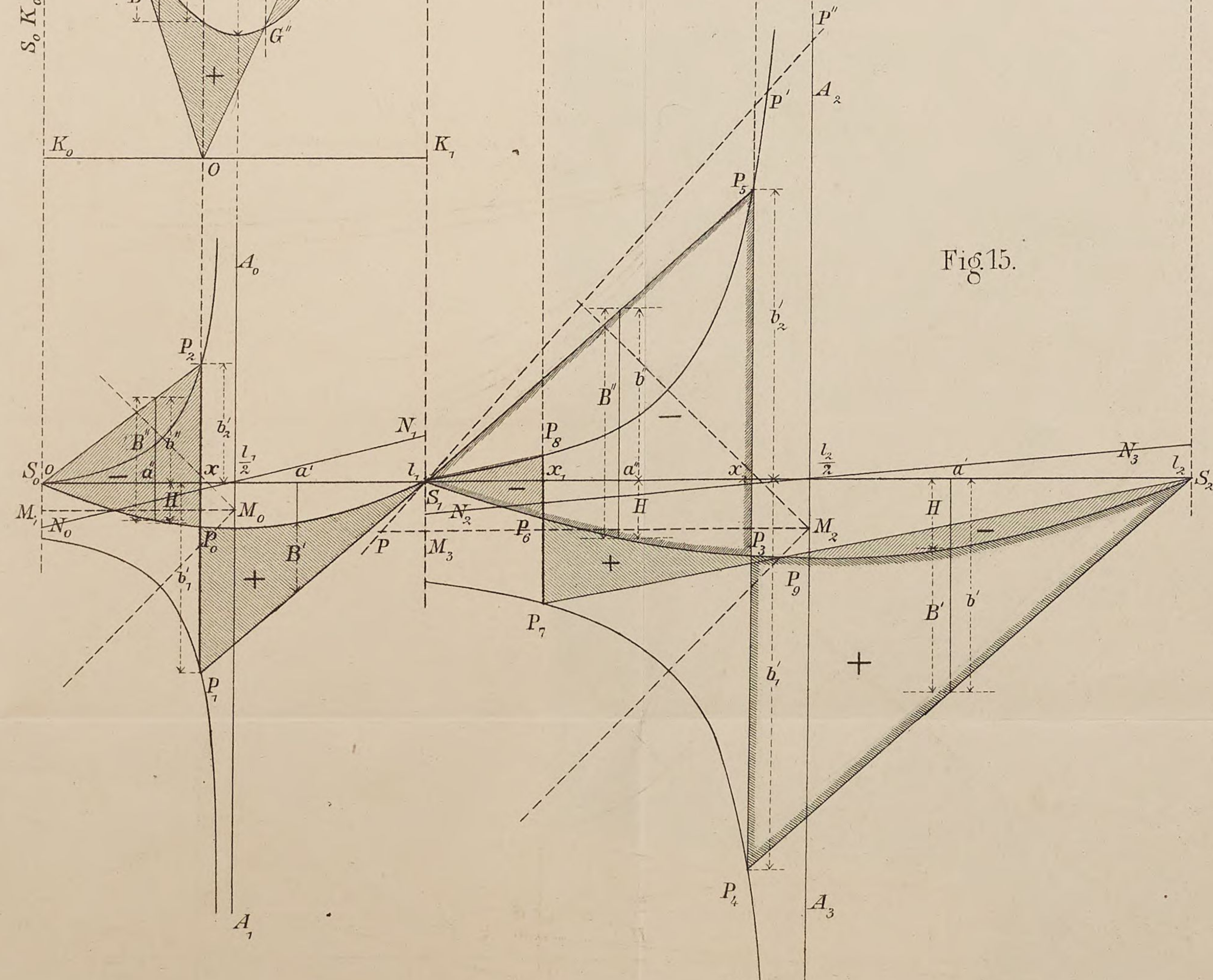


Fig. 15.



baren Resultate derselben, soweit sie jeder Techniker kennen muß, giebt vorliegende Broschüre einen Überblick. Die Versuche zeigten, daß man die Dimensionen der Eisen- und Stahlkonstruktionen bisher ganz unrationell berechnet hat, und daß die Sicherheit der letzteren im allgemeinen, bei sehr bedeutender Materialverschwendung, in bedenklichem Grade hinter der erwarteten zurückbleibt.

Mehrere Verfahren sind behufs Erlangung besserer Resultate erdacht worden und werden bereits vielfach befolgt. Eine kurze Darlegung der verschiedenen Vorschläge zeigt, daß das Launhardtsche Verfahren den Vorzug verdient. Dasselbe ist so klar und stellt so wenig Ansprüche, daß nur seine beschränkte Gültigkeit eine allseitige Anwendung verhindern konnte. Es fehlte an einer der Launhardtschen Formel analogen Beziehung für die Festigkeit bei wechselnder Beanspruchung auf Zug und Druck. Diese ist im folgenden auf Grund der Wöhlerschen Versuche in einfachster Weise abgeleitet. Damit sind alle Grundlagen für eine bequeme und rationelle Dimensionenberechnung vorhanden. Hoffentlich wird man damit nicht warten, bis noch einige Brücken eingestürzt sind.

Die systematische und, soweit die Vorbedingungen reichen, in sich abgeschlossene Darstellung, welche hier gegeben wird, umfaßt auch die bisher ganz unberücksichtigten Fälle, wo Konstruktionsteile auf Abscherung beansprucht sind. Es hat keinen Zweck, die alte Methode an einer Stelle zu verlassen, an der andern auf ihr zu beharren. Eine verdiente Aufmerksamkeit wurde den Nietverbindungen zugewandt, und obwohl dabei der gegenwärtige Stand der Theorie volle Berücksichtigung fand, hat die Einfachheit der Anwendung doch nicht gelitten. — Eine Änderung der gewohnten statischen Berechnung tritt nirgends ein, die Neuerung bezieht sich allein auf die Dimensionenfeststellung, welche indes nicht schwieriger wird.

Weyrauch, Dr. phil. Jacob J., Professor an der polytechn. Schule zu Stuttgart, Theorie elastischer Körper. Eine Einleitung zur mathematischen Physik und technischen Mechanik. Mit 42 Figuren im Text. [VIII u. 279 S.] gr. 8. 1884. geh. n. *M.* 7.20.

Überschriften der Hauptabschnitte: Grundbegriffe. — Beziehungen zwischen stetigen Spannungen. — Beziehungen zwischen stetigen Verschiebungen. — Zweite Auffassung der Spannungs- und Bewegungsgesetze. — Arbeit. Lebendige Kraft. Energie. — Ausdrücke für die Spannung auf Grund der Erfahrung. — Ausdrücke für die Spannungen nach der Moleculartheorie. — Bewegungsgleichungen. Verschiebungsarbeit. — Beliebige Punktsysteme. Energie. — Gleichgewicht von Stabsystemen. — Schwingungen und Wellen. — Über elastische Schwingungen.

Im vorliegenden Werke handelt es sich darum, eine möglichst scharfe Entwicklung der allgemeinen Gesetze elastischer oder wirklicher Körper im Anschluß einerseits an die elementaren Lehren der Mechanik und andererseits an die Anwendungsgebiete der Physik und Technik zu liefern. Welche Ausdehnung diese Anwendungsgebiete bereits erlangt haben, braucht nicht erst hervorgehoben zu werden, die Festigkeitslehre, Wärmelehre, Hydrodynamik, Akustik, Optik u. s. w. gehören dazu. Um so mehr muß es auffallen, wie wenig Beachtung der Feststellung und Durchdringung gerade der allgemeinen Beziehungen seit Lamé gewidmet wurde. Man beschäftigte sich mit zahlreichen Spezialproblemen, welche in der That den wesentlichen Inhalt der üblichen Untersuchungen elastischer Körper ausmachen.

Schon bei Beginn unserer Bearbeitung des Gegenstandes zeigte sich, daß eine systematische Darstellung ohne umfassende neue Untersuchungen, ja selbst ohne Einführung neuer Begriffe und Funktionen gar nicht möglich sei. Ein Blick auf das Inhaltsverzeichnis wird den Eingeweihten darüber aufklären. Auch die am meisten behandelten Beziehungen zwischen stetigen Verschiebungen und stetigen Spannungen sind von so beschränkter Gültigkeit und vielfach so unsicher formuliert, daß sie ohne teilweise Bestätigung durch die Erfahrung eine wenig zuverlässige Grundlage für weitgehende Schlüsse abgeben würden. Gewöhnlich hat man von vornherein nur gewisse verschwindend kleine stetige Verschiebungen im Gleichgewichte befindlicher isotroper fester Körper von konstanter Temperatur mit stetigen Oberflächenkräften, nebst den davon herrührenden stetigen Spannungen im Auge und schon die Orientierung im Raume ist mißlich.

Was von allgemeinen Lehren existiert, findet sich verhältnismäßig vollständig und ausgezeichnet klar bei Lamé, wo also angeknüpft werden konnte. Nach verschiedenen Richtungen haben auch die Schriften von Beer, Grashoff, Kirchhoff und anderen wesentlichen Nutzen gewährt. Eigentliche Anwendungsprobleme sind von den folgenden Entwicklungen ausgeschlossen. Dieselben gehören nicht notwendig zur Sache, lassen sich nach sehr verschiedenen Gesichtspunkten wählen, werden anderwärts ausführlich behandelt und beruhen meistens auf Voraussetzungen, deren Berechtigung sich nur vom Standpunkte ihrer Wissenschaften beurteilen läßt. Für denjenigen, welcher die Grundgesetze als Werkzeuge zu selbständigen Arbeiten sucht, wirkt ihr Zwischenstreuen störend und auf den Anfänger beim Selbststudium verwirrend.

Indessen ist zuzugeben, daß Beispiele und Anwendungen zur Klarstellung der allgemeinen Gesetze nützlich und selten entbehrlich sind. Aus diesem Grunde soll der vorliegenden Darstellung der Grundlehren in Bälde eine Sammlung von „Aufgaben zur Theorie elastischer Körper“ folgen. Hier wird sich Gelegenheit bieten, auch besonderen Bedürfnissen entgegenzukommen und manche weitere Untersuchung auf allgemeinem Gebiete vorzunehmen. Man kann dann auswählen, ohne Lücken im grundlegenden Entwicklungsgange befürchten zu müssen.

Von mathematischen Vorkenntnissen wird nur so viel in Anspruch genommen, als sich jeder auf den Mittelschulen oder doch nach einjährigem Besuche der Hochschule erworben haben kann.

———— **Aufgaben zur Theorie elastischer Körper.** Mit 110 Figuren im Text. [X u. 350 S.] gr. 8. 1885. geh. n. *M.* 8.—

Bei Herausgabe seiner „Theorie elastischer Körper“ Anfang des Jahres 1884 sprach der Verfasser die Absicht aus, eine Sammlung einschlagender Aufgaben folgen zu lassen. Diese Sammlung enthält das vorliegende Werk.

Die Aufgaben sollen weiterer Klarstellung der Gesetze wirklicher Körper dienen, praktische Verwendungen ihrer Grundbeziehungen zeigen, Anknüpfungspunkte für speziellere Entwicklungen bieten und überhaupt möglichst vielseitig nützen. Dementsprechend ist die Auswahl getroffen.

Während der Bearbeitung überzeugte sich der Verfasser aufs neue, wie zweckmäßig die Form von Aufgaben ist, wenn man von den allgemeinen Lehren zu Anwendungen übergeht. Die fast immer nötigen Voraussetzungen der Lösungen lassen sich in der Aufgabenstellung hervorheben, so daß die Schärfe der Ableitungen gewahrt bleibt.

Bei jeder Aufgabe ist angeführt, nach welchem Paragraphen der „Theorie elastischer Körper“ ihre Einschaltung gedacht war. Doch lassen sich auch andre Verteilungen treffen und selbst unabhängig von jenem Werke kann die Aufgabensammlung Dienste leisten. In vielen Aufgaben findet man eine Reihe von Fällen behandelt, wodurch Gelegenheit zur Abstufung der Ansprüche an selbständige Leistungen des Lernenden geboten ist.

Allzu umfangreiche Untersuchungen mußten unberücksichtigt bleiben. Auch auf weitgehende Ausnutzung solcher Gebiete, welche bereits in andern Werken ausführliche Bearbeitung fanden, wurde verzichtet. Die eingestreuten Litteraturnachweise dürften den Weg zu wünschenswerten Ergänzungen zeigen.

Immerhin soll nicht unerwähnt bleiben, daß der Verfasser nicht alles von ihm Gewollte bereits erreicht hat. Da aber eine Sammlung der vorliegenden Art bis jetzt nicht existierte, so schien es zweckmäßig, möglichst bald etwas zu liefern.

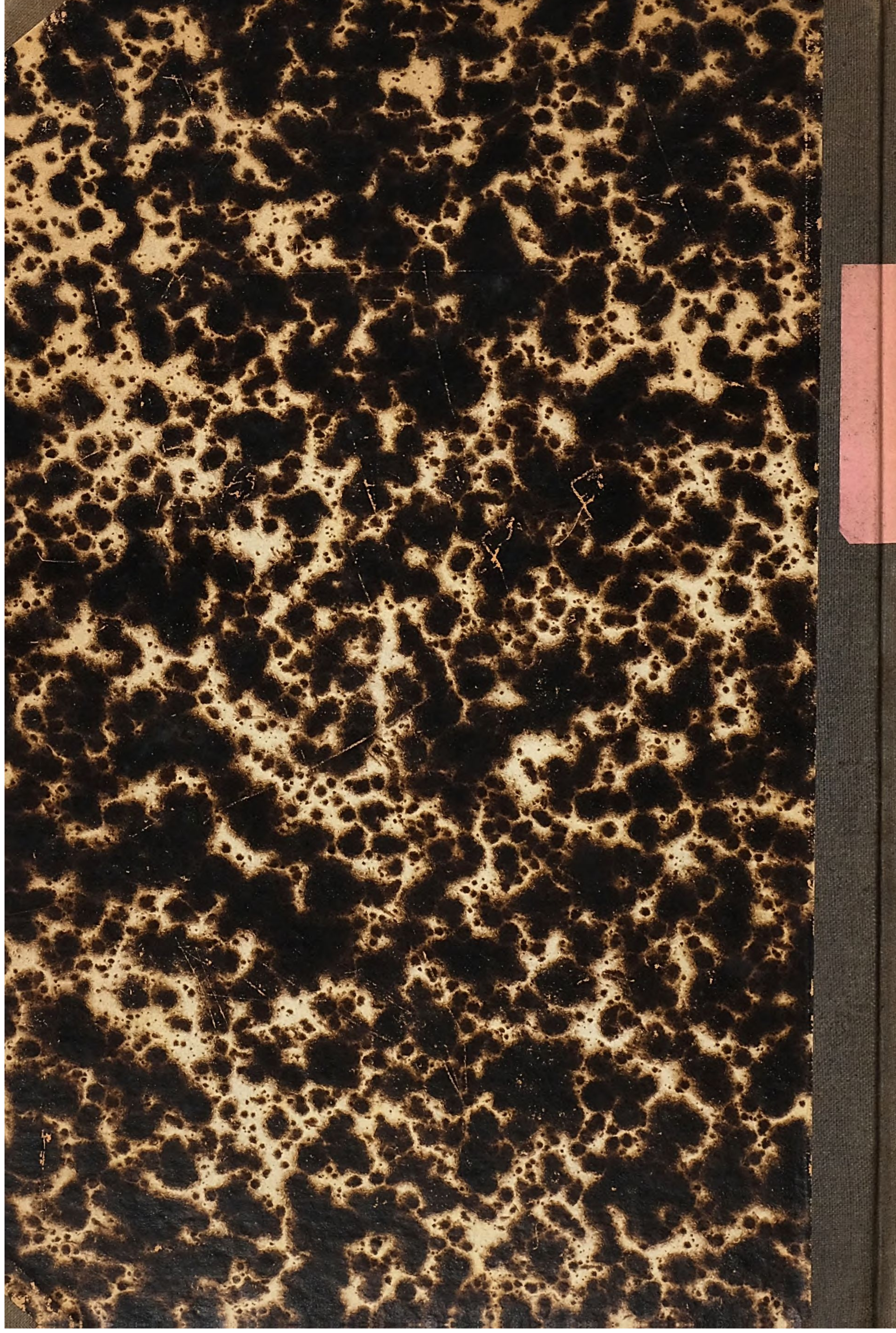
Weyrauch, Dr. phil. Jacob J., Professor an der polytechn. Schule zu
Stuttgart, das Princip von der Erhaltung der Energie seit
Robert Mayer. Zur Orientirung. [48 S.] gr. 8. 1885. geh.
M. 1.—

Diese Broschüre behandelt historisch-kritisch alle Fragen, welche mit dem gegenwärtig die ganze Naturwissenschaft beherrschenden Prinzip von der Erhaltung der Energie zusammenhängen.

Unter der Presse befinden sich:

Theorie der statisch bestimmten Träger für Brücken und Dächer. Von Dr. JACOB I. WEYRAUCH, Professor an der polytechnischen Schule in Stuttgart. Mit 340 Figuren auf lithographierten Tafeln. gr. 8. geh.

Beispiele und Aufgaben zur Berechnung der statisch bestimmten Träger für Brücken und Dächer. Von Dr. JACOB I. WEYRAUCH, Professor an der polytechnischen Schule in Stuttgart. Mit 222 Figuren auf lithographierten Tafeln. gr. 8. geh.



Schwend, C.

Über Berechnung und Construction von Hängebrücken unter Anwendung von
Stahldraht-Kabeln und Versteifungsbalken

Leipzig 1887

A.hydr. 72 I

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11538792-2